

<四>數字根

1. 如果有兩數同時除以 k 會得到相同的餘數，則我們說『此兩數對 k 是同餘數，而 k 稱模數。』EX：17 與 29 除以 6 時，餘數皆為 5，因此，17 與 29 是模數 6 的同餘數。
2. $4157 \div 9$ 餘數 8，而數字和 $(4+1+5+7) \div 9$ 餘數也為 8。4157 與 17 對模數 9 是同餘數。而 17 數字和就是 8。8 就是原數 4157 之數字根。
3. 一組數經加、減、乘、除得結果，與此數之數字根經同運算過程得之結果，都會是模數 9 的同餘數。

<四>八個問題

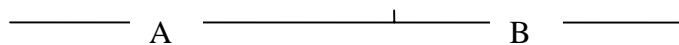
1. 『兩個一模一樣的螺釘，將螺紋凹槽咬合在一起，相向搓動，兩個螺帽距離不變』原理與電扶梯上的人以相同的速率行走一樣，不會改變位置，停留在原處。
2. 『把三位數重複一變得到的六位數除以 7.11.13 後得到原數』因為設此三位數為 abc，則六位數 abcabc 會等於 $1001(100a+10b+c)$ ， $1001=7 \times 11 \times 13$ ，所以當此六位數除以 7.11.13 後便會得到原三位數。

<六>索馬立方體

1. 丹麥作家海恩創造的『索馬立方體』是由正方體組成的不規則七巧積木，由於形成之立體須不規則，所以立方體至少有 3 塊。
2. 而 2 個立方體只有一條座標軸出現，不構成不規則立體；3 個立方體有二條座標軸出現，有一種型態；4 個立方體則有三條座標軸，有六種型態；而 5 個立方體無法表現出第四座標軸。故索馬立方體只有七種型態。
3. 七種型態的索馬立方體可組合許多立體，而立體的不同代表其神奇處。

<八>黃金比

1. π 是最有名的無理數，當其表成小數時它的小數位而不循環出現。而 Φ 也是屬於這種無理數，雖不如 π 有名，但卻應用在許多地方上。



2. 若 $\frac{A}{A+B} = \frac{B}{A}$ ，則這條線段切割稱『黃金比。』如果 B 為 1， $\frac{A+1}{A} = \frac{A}{1}$ ，A

的正值為 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 就是 Φ 的值。

3. Φ 若用小數表示，是 1.61803398.....，若把 A 當 1，則 B 即為 Φ 的倒數，也就是 $1/\Phi$ ，值為 0.61803398.....， Φ 是唯一具有『減一即為倒數的值』性質的無理數。
4. 而 Φ 的基本特性可用很多無窮級數表示，例如↓

$$\Phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}} \quad \text{OR} \quad \Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$$

- 刻卜勒說過：「幾何學內有兩件寶貝，一個是畢氏定理，另一個視線段的中末比」中末比又稱神聖比例，就是黃金比例。
- 若再黃金矩形的一端裁一個正方形下來，剩下的長方形還是黃金矩形；若由黃金矩形向外加正方形，亦是黃金矩形。此法可做出無窮多個黃金矩形。而把在切割在邊上的點連接起來，就形成一條【對數螺線】。
- 【費布納數列】與【對數螺線】有密切的關係，費布納數列中任連續 2 數之比值接近 Φ 。例如：(2.3.5.8.13.21.34.....) 取 3 跟 5，5 跟 8..... 得到比值 $5/3$ ， $8/5$ 數列愈後面比值愈接近 Φ 。

<十> 迷宮

- 若迷宮只有一個出入口，而你只須找到出口，只要摸著右邊(/左邊)的牆走，一定會走出迷宮，但會把迷宮的路都走過一遍，路徑不是最短的。
- 不含環道的迷宮稱【單連通型】迷宮，也就是迷宮內牆壁連在一起沒有分開。
- 迷宮內牆壁若是分離，裡面一定有封閉的環道，因此稱【多連通型】迷宮。
- 迷宮最佳走法：走每條路前先在此路畫一條線，而到叉路任選一條走，若市死路或走回原點，再在那條路畫一條線。如次嘗試又錯一直走，最後每條只剩一條線的路就是答案了。

<十二> 幻方

- 【幻方】，又稱【魔方陣】，是一群由 1 開始的連續整數，排在一個方陣中，分陣內，每一行、每一列，兩對角線的和要相等。
- 幻方的【階數】代表方陣的寬，若階數為 3，則有 $3^2=9$ 個格子。而階數 2 無法形成幻方，故最小得幻方階數為 3，又稱【洛書】。
- 幻方的【常數】是指方陣中，每一行、每一列，兩對角線的和。
- 若幻方的階數為 n ，則常數為 $\frac{n^3 \times n^2}{2}$ 。

<十三> 巡迴遊樂場

- 賠本生意？有三個骰子，任意丟出形成點數，參加者可以在 1~6 中任一格數字上投注，押金不限。若骰子出現下注的點數，則↓
 - 出現一個與下注點數相同的數，得到押金與一倍彩金。
 - 出現二個與下注點數相同的數，得到押金與兩倍彩金。
 - 出現三個與下注點數相同的數，得到押金與三倍彩金。
 - 若無出現與下注點數相同的數，押金沒收。

看似莊家賠本，以每個點數出現機率 $\frac{1}{6}$ 有三個骰子，機率為 $\frac{1}{2}$ ，即一半！似乎玩家有利的多，但卻不然。三個骰子有 216 種結果，其中有 91 次玩家贏，會贏的機率僅 $\frac{91}{216}$ 。假設玩 216 次，每次都下注 1 元，其中有 75 次出現一個與下注點數相同的數，得 150 元；15 次出現二個相同，得 45 元；三個骰子都出現同一點有 1 次，得 4 元。所以 216 元去玩，得 199 元，長期來看莊家賺的多。

2. 『用 3 個平面切割甜甜圈，最多可切割成 13 塊。』

在切割 n 次時，最多有 $\frac{n^3 + 3n^2 + 8n}{6}$ 塊。

<十四>另八個問題

1. 兩個孩子：懷特家有兩個孩子，其中至少有 1 個是男生，那 2 個都是男生的機率是多少？（1）就機率學來說，可能的狀況是（男，男）、（男，女）、（女，男），故機率為 $\frac{1}{3}$ 。（2）但以判斷來說，有一個一定是男生，

另一個不是男就是女，所以機率是 $\frac{1}{2}$ 。所以此題無解。

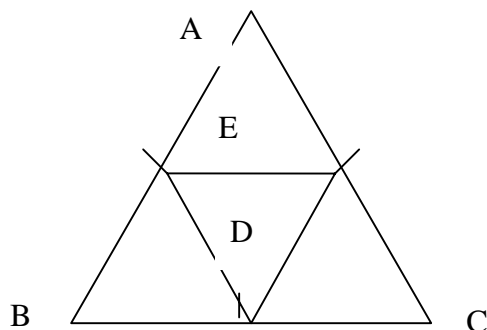
2. 『某人分別在向下的電扶梯往下及往上走，以知往下走 50 部就到底；往上時，速率是往下時的 5 倍，走了 125 步，而電扶梯速率固定，當電扶梯停止時，外觀可見 100 階。』（向下走：由頂往底；向上走：由底往頂）

設停止時外觀可見 n 階，則方程式 $\frac{n-50}{125-n} = \frac{50}{125/5}$ ， $n=100$ 。

3. 兩杯子內分別裝水、酒，而將水一部分倒進酒後，混和液取等量倒回水，則水裡的酒會與酒裡的水等量。

<十九>機率

1. 把一根木棒切割成三份，可圍成三角形的機率為 $\frac{1}{4}$ 。



可用此法證明：

在 1 個正三角形中，連接三邊中點使 4 個全等小三角形平分大三角形，如圖，若在三角形 ABC 內部任一點與三邊垂直，如 D、E 2 點，可得知所取的點一定要在中間那個小三角形所垂直的線段才會符合：【三角形中兩線段和大

於第三邊】！又有四個小三角形，故機率是 $\frac{1}{4}$

後記

這本書得奧妙一定不止於此，因為我也是看的霧煞煞，不太了解，但越作越有趣，不似國文些枯燥。而列出我懂得部分是參考學長的報告，因為從未寫過數科報告！而我必須說，這本書帶給我的是增進腦力，使我用一成不變的腦袋。而如此的我必須說：「正方形切割那章我就不甚了解」因此未提出重點。