數學科暑假作業

作者:218 班　林宥良　19 號

書名：用漫畫來學幾何。

作者：岡部恆治。

出版社：國際村文庫書店有限公司。

主要內容：

第一章：如何看圖形

　這一章從觀察圖形開始，進而探討相似形以及計算圖形面積的一些技巧(例如：可以把複雜的圖形經過重新排列後組成簡易的圖形，以利面積的計算；用「切割法」將較難求的面積切下來計算；用膨脹變形法來求較複雜圖形的周長)。

第二章：旋轉鉛筆

　本章主要探討角度，首先介紹角度的起源和為什麼用 360 度為一圈(接近一年的天數、因數較多)，後則探討三角形內角和 180 度及如何用旋轉鉛筆來輕鬆求怪異圖形的內角和(先決定一個基點，再以逆時針方向每個角轉一遍，最後再看鉛筆尖端方向合一開始的差別)。

第三章：論證與計算

一開始提到，從幾何開始就減少計算而增加論證，甚至把幾何與論證畫上等號，令作者頗不以為然，因為他認為論證固然重要，但不應該流於形式，且除了論證以外應該還有更重要的部分；本章也提到「發現」的重要，一些著名的定理(例如：畢達哥拉斯定理)都不是由他本人證明，只是發現罷了；最後也介紹了無理數的發現(由兩股長為 1 的等腰直角三角形)，剛剛發現時還曾經被隱瞞，真搞不懂為什麼。

第四章：證明的發生

由詭辯家芝諾所提出的「反理論」使得數學研究者更加注意證明的重要性，而證明最初開始於泰勒斯，他做了許多經驗的批評，但證明成為正確的形式卻是歐幾里得的功勞，甚至有人因為歐幾里得的功勞太大了，還懷疑是否有這個人呢。

第五章：訓練頭腦

本章提到歐幾里得的「原論」中的五個公準，分別是：

1. 通過已知兩點 A 、B 可以畫出一條線

2. 直線能夠向兩側無線延長

3. 已知點 A 與數值 r 即可以 A 為中心，畫出半徑為 r 的圓

4. 所有直角均相等(角度並非取決於位置)

5. 通過直線 L 以外的一點 P，只能畫出一條與 L 平行的直線

關於這些公準，曾有人批評第五點太長了(達朗貝爾)，但無論如何這五個公準對後世產生了重大的影響(影響了牛頓、柏拉圖等人)。

第六章：從直線與圓到圓錐曲線

歐幾里得之後上場的是阿基米得，他的思考方式和歐幾里得不一樣，他做的是實務方面的研究，也比較偏重於物理，他的武器超過了直線和圓的範疇；阿波羅尼奧斯則研究圓錐切面的曲線，並用切面方式來彌補焦點分析的不足；另外本章的後面有提到赫輪公式，和我們之前學到的海龍公式一樣，所以我覺得應該是翻譯的問題吧！

第七章：為什麼進入黑暗時代

自從阿波羅尼奧之後的數學家人數銳減，被稱為「中世紀的黑暗時代」，而進入黑暗時代的原因有以下四個：

1. 三大數學家太偉大了(因為原論太難了，許多人因此而受挫)

2. 政治的混亂(數學家們先後受到羅馬和匈奴人的迫害)

3. 與神學的關係(聖經的地位太崇高了，教會也訂定了一些麻煩的規定)

4. 歐洲中心主義的看法(許多學者被迫流亡，將知識也一並帶走，阿拉伯的數學因此而繁榮，還曾經因為太方便而被禁用呢)

第八章：代數與幾何的結合

拯救歐洲中世紀脫離黑暗時代的主要因素之一是代數學，它是由菲柏納奇所起頭的；大約四十年後，費爾馬又發明了坐標，再加上笛卡兒的學說，使得代數和幾何兩種不同的學說得以結合，藉由這兩個領域的結合，數學終於又開時蓬勃發展。

第九章：如何跨越黑暗時代

關於這一點的原因：

1. 亞洲代數的傳入

2. 文藝復興運動的展開(以人為中心，尊重人更勝於宗教、經濟)

3. 教會腐敗，反經院派崛起(政治方面)

4. 支持教會的封建制度崩潰(經濟方面)

這個時期除了數學以外，科學也蓬勃發展，出現了三大發

明：

1. 羅盤(14 世紀在歐洲達到實用化的地步)

2. 火藥(14 世紀)

3. 活字版印刷(15 世紀)

其中活字印刷對於知識的傳撥更具備了全方面的影響。

接下來本章也介紹了投影幾何的創始人—德札爾格，他將圖形斜映在平面上描繪，對當時的幾何界造成了巨大的影響，但將投影和幾何有效結合利用的是帕斯卡。

第十章：歐幾里得以外的幾何

這個時期出現了「非歐幾里得的幾何」，主要是因為第五公準太長了(通過直線 L 以外的一點 P，只能畫出一條與 L 平行的直線)，因此薩凱利嘗試著從其他四個公準導出第五項，但最後還是無法跳脫原論的束縛；直到一世紀後，才出現否定第五公準的幾何，它是指沒有通過 P 與 L 平行的直線，這是由高斯所想出來的，當時他並不想讓這個偉大的發現公諸於市，原因據推側有三個：

1. 高斯是完美主義者，有某個常數他難以決定

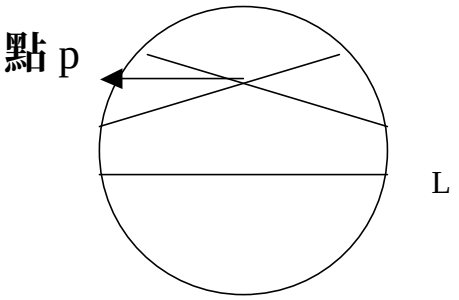
2. 一旦成為公理，就會危及實數的公理系統

3. 避免與不具備常識的哲學人士爭論

一直到高斯死後，大家才發現其實高斯的理論才是正確的！

第十一章：非歐幾里得幾何的現實性

否定第五公準除了先前的方法，還有另一種形式，由黎曼提出的—「不能夠畫出通過 P 點，與 L 平行的直線」，以這種幾何來說，大圓即直線，所以兩條直線必相交，如此一來，甚至令人聯想到連一條平行線也沒有的幾何學；後來克萊因出現了，他提出以圓版作為宇宙的模型，如此以來便能畫出許多通過 P，不與 L 相交的直線(如圖) ；更奇妙的是，愛因斯坦提出了「也許整個宇宙就是非歐幾里得世界」理論。



第十二章：幾何的復興

隨著幾何的復興，原本已經誕生，卻被解析幾何壓在下面的投影幾何重見天日，甚至產生了新的幾何學。本文中提到「位相幾何學」(也稱作「膠模」幾何)就是圖形伸展、收縮，然後重疊，均為相同的物品，它是由歐拉所提出的；歐拉在多面體方面也十分有貢獻，他提出了「假設面的數為 F，邊的數為 E，頂點的數為 V，而 F+V-E 為歐拉標數，通常這個

數值是 2」。

第十三章：形式主義與直覺主義

形式主義是由希爾伯特創立的，他認為只要有記述點、直線、平面之間的關係成立的公理存在即可；他也認為以桌子椅子、杯子取代點、直線、平面，也能夠形成幾何。這個時期針對數學產生了三種看法：

1. 直覺主義(克羅內克等人)
2. 形式主義(希爾伯特)
3. 邏輯主義(羅素)

邏輯主義是以希爾伯特的程式而發展的基礎理論為根據，但比形式主義更激烈的主義；全面依存於公理的形式主義，由於基礎論，遭到了打擊；儘管這三個看法的爭論相當激烈，當事人卻都互相尊重，並給予彼此相當高的評價，直得我們來學習。