# 213　李忠霖

１、書名：在萬里長城算數學
２、作者：仲田紀夫
３、譯者：吳鏘煌
４、出版社：稻田出版社
５、頁數：１８８
６、內容簡介：

中國的萬里長城和「量的單位」以及「初步統計」有何關係？故宮的建築和「幾何」又有什麼牽連？

作者仲田紀夫先生是日本著名的數學家，他帶著數學的思維和眼睛，造訪中國的歷史建築，當遊客沉醉於山光水色之時，他卻對歷史建築做了另類的觀察。

本書在每個章節後面附有練習題，看完數學家眼中的歷史建築，再做做這些練習題，數學的視野自然就開闊了。

７、讀後心得：

說到旅行，似乎很久沒出過遠門了，應該說從上高中以來一直過著與書本為舞的日子，自忖算過的數學題目沒有破萬也有破千，雖然和真正的高手比起來算是微不足道，但至少對的起自己，也算是相當努力了，但看完這本書之後，我的想法有了些許改變…

本書的作者在到中國進行學術交流的時候，所做的並不是開幾場學術研討會就了事，而是在空閒之於四處觀光的途中，將中國的事物，不管是當地的建築、風俗，甚至連教育制度來和自己畢生所學相結合，寫下了這本書。這算是相當了不起的，一般人出去玩就是要把工作拋在腦後，很少說把工作和玩樂相結合的，玩樂之餘同時不忘工作，這是作者最厲害的地方。我總認為工作和玩樂是不能相容的，但作者給了我不一樣的看法，把工作（對我來說是讀書）當成一種娛樂，似乎是挺不賴的。

「讀萬卷書，行萬里路」也不知道是哪個古人說的，對我來說未免有一些不切實際，光唸書本上的東西時間都嫌不夠用了，何來時間去外面學習呢？但光學習書本上的知識就夠了嗎？除了書本外的知識都是不必要的嗎？這兩年，在課業上學到了不少東西，但在生活上所學到的卻是個鴨蛋，書唸的越多，眼光卻變的越來越狹隘，這已經失去了學習的目的了。我很想多到外面看看，多學學課本上以外的知識，但現實環境卻不容許我這樣做，自己不是天才型的人物，光要顧好課業就已經分身乏術了，何來有時間去學些有的沒有的，這大概就是現今教育最為人詬病的一點吧？

話雖如此，但看到書中所提到大陸學生的考試戰爭，想起來就令人不寒而慄，５％的錄取率，相較於我們１００％的錄取率，簡直是天與地的差別，台灣的大學生簡直是隨處撿隨處有，一點價值也沒有，也許正因錄取率太高了，台灣大學生的資質遠比不上大陸，安逸的生活是會耗損一個人的鬥志的，大陸就是因為日子苦，才造就出了那麼多奮發向上的奇才，現在的台灣又有什麼可以拿出來和別人比的呢？以往的優勢如今正逐漸消失之中，下一代的我們究竟能做些什麼？這點是值得我們仔細考慮的。

最近的教改一直都傾向於西方的那一套做法，只是這樣做真的是正確的嗎？已我學生的立場，整體的素質一直在下降之中，單拿我們學校來說，不管是社團，還是各項競賽上，都苦於找不到夠格的繼承人，雖說仍不乏能在奧林匹亞中得獎的人才，但那畢竟是少數，平均的水準已不如往昔了，不單單只是學業上，就連做人處世方面也和以往不同，沒本事，加上傲慢、自大，我們拿什麼和別人比啊？今天說的話是有點狠，也對不起那些默默耕耘的人，但仔細想想，這些話其實真有些道理，如果連我們都這麼不像樣的話，以後的社會又有什麼作為呢？套句古人的話：「逸欲足以亡身」大概就是這樣吧？

似乎有些扯太遠了，但看看外面的世界和學校理發生的一些事情，讓人不禁想發一發牢騷，但最初的目的只是想希望為來能更好罷了！

最後，就我在書中讀到的「魔方陣」這一段，補充一點資料，這算是整本書中最有趣的一章。

魔方陣的變形

## 概述

- 所謂魔方陣的變形，就是利用一個已知的魔方陣加以變化，以得出另一個相異魔方陣的方法。
- 一般人常鑽研魔方陣的各種填製法，而輕忽了魔方陣變形的探討。
- 魔方陣的填製法非常多，有些人可記住很多填製法，一口氣填製出很多相異的魔方陣，令人讚嘆！
- 如果你的記性和尤怪一樣並不好，僅能勉強背下一種填製法，又常常忘記，卻對那些記性好的人很吃味， 想和他們較量一番高下，要什麼好辦法呢？
- 只要修鍊了變形神功後，你就可以隨時向那些魔方陣高手下戰帖了！比賽填製的魔方陣越高階越好， 對方只要一出手，我方可馬上還以十倍的顏色，讓他看得目瞪口呆！反而要向你拜師學藝，爽吧！ 但修鍊變形的神功可要費一番工夫哦，努力吧！
- 本文介紹的魔方陣變形方法有下列幾種：鋼性變形法、加值變形法、 互補變形法、井字對換變形法、 拓樸變形法及田字變形法。
- 本文介紹的方法可以適用於所有的魔方陣，如果是對稱魔方陣，那變形的方法就更多了，例如： 行對換變形法、 列對換變形法、 行拓樸變形法、 列拓樸變形法、 十字拓樸變形等

## 魔方陣的鋼性變形

- 利用旋轉、鏡射等方式對魔方陣所做的變化。
- 利用一個魔方陣做鋼性變形共可得出八個相異的魔方陣， 但通常把這些魔方陣看成同一個魔方陣(即全等魔方陣)。
- 下面是一個 4 階魔方陣鋼性變形的例子。

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 16 | 14 |
| 13 | 15 | 2 | 4 |
| 8 | 6 | 11 | 9 |
| 12 | 10 | 5 | 7 |

原始方陣

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12 | 8 | 13 | 1 |
| 10 | 6 | 15 | 3 |
| 5 | 11 | 2 | 16 |
| 7 | 9 | 4 | 14 |

旋轉 90° 後的方陣

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7 | 5 | 10 | 12 |
| 9 | 11 | 6 | 8 |
| 4 | 2 | 15 | 13 |
| 14 | 16 | 3 | 1 |

旋轉 180° 後的方陣

| | | | |
|---|---|---|---|
| 14 | 4 | 9 | 7 |
| 16 | 2 | 11 | 5 |
| 3 | 15 | 6 | 10 |
| 1 | 13 | 8 | 12 |

旋轉 270° 後的方陣

| | | | |
|---|---|---|---|
| 14 | 16 | 3 | 1 |
| 4 | 2 | 15 | 13 |
| 9 | 11 | 6 | 8 |
| 7 | 5 | 10 | 12 |

水平鏡射

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12 | 10 | 5 | 7 |
| 8 | 6 | 11 | 9 |
| 13 | 15 | 2 | 4 |
| 1 | 3 | 16 | 14 |

垂直鏡射

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7 | 9 | 4 | 14 |
| 5 | 11 | 2 | 16 |
| 10 | 6 | 15 | 3 |
| 12 | 8 | 13 | 1 |

右斜鏡射

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 13 | 8 | 12 |
| 3 | 15 | 6 | 10 |
| 16 | 2 | 11 | 5 |
| 14 | 4 | 9 | 7 |

左斜鏡射

(圖 1)魔方陣的鋼性變形

•

## 魔方陣的加值變形

- 魔方陣的加值變形就是改變魔方陣的起始數字及數列之公差的變形方式。
- 一般而言，通稱的 n 階魔方陣，是指只使用 1 $n^2$ 數字的魔方陣。 即起始數字為 1、數列的公差也是 1，若改由某一個數字 k 起始、或將數字的公差改變時 ，就是加值變形魔方陣。
- 下面是 4 階魔方陣加值變形的例子。

| | | | |
|---|---|---|---|
| 14 | 16 | 3 | 1 |
| 4 | 2 | 15 | 13 |
| 9 | 11 | 6 | 8 |
| 7 | 5 | 10 | 12 |

原始魔方陣

| | | | |
|---|---|---|---|
| 31 | 35 | 9 | 5 |
| 11 | 7 | 33 | 29 |
| 21 | 25 | 15 | 19 |
| 17 | 13 | 23 | 27 |

起始值為 5 、公差為 2
的加值變形魔方陣

(圖 2)魔方陣的互補變形

- 証明：
  設原始方陣行和為 A ，則起始值為 k1 、公差為 k2 的加值方陣中，
  其每一個數字 = 原數字× k2 + k1 - k2 (例圖 2 中， 31 = 14× 2 + 5 - 2)，
  所以加值方陣的定和= k2× A + n(k1 - k2) 。所以加值方陣是廣義的魔方陣

(例圖 2 中，原始方陣的定和為 34，加值方陣的定和 $= 2\times 34 + 4\times(5-2) = 80$)

## 魔方陣的互補變形

- 就是將魔方陣中的每一個數字都替換成互補數的變形方式。
- 在 $n$ 階魔方陣中，數字 $k$ 的互補數 $= (1+n^2) - k$。
- 例：在 5 階方陣中，8 的互補數 $= (1+5^2) - 8 = 18$ 。
- 下面是 4 階魔方陣互補變形的例子。

| | | | |
|---|---|---|---|
| 14 | 16 | 3 | 1 |
| 4 | 2 | 15 | 13 |
| 9 | 11 | 6 | 8 |
| 7 | 5 | 10 | 12 |

原始魔方陣

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | 1 | 14 | 16 |
| 13 | 15 | 2 | 4 |
| 8 | 6 | 11 | 9 |
| 10 | 12 | 7 | 5 |

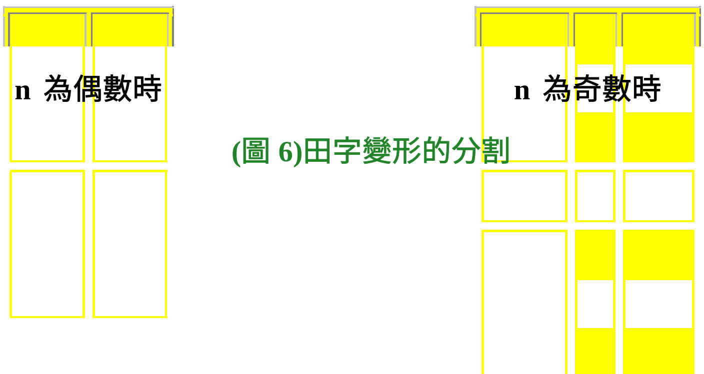
互補變形魔方陣

(圖 3)魔方陣的互補變形

- 証明：
  設原始方陣行和為 A，則 $A = n(1+n^2)\div 2$
  互補變形方陣的行和$= n(1+n^2) - A = n(1+n^2)\div 2$，即行和不變。
  同理：列和、對角線和不變。故仍為魔方陣

## 魔方陣的田字變形

- $n$ 階魔方陣的田字變形步驟如下：
  (1)、以中心點為準將魔方陣分成四個相等的小方陣。當 $n$ 為奇數時，中央的行列要獨立出來。
  各區域的命名如圖 6。




(圖 6)田字變形的分割

(圖 6)田字變形的分割

(2)、將魔方陣如圖 7 重組即可。

| | |
|---|---|
| C | D |
| B | A |

n 為偶數時

| | | |
|---|---|---|
| C | C1 | D |
| B1 | E | D1 |
| B | A1 | A |

n 為奇數時

(圖 6)田字變形的重組

- 下面是魔方陣田字變形的示範：

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 16 | 14 |
| 13 | 15 | 2 | 4 |
| 8 | 6 | 11 | 9 |
| 12 | 10 | 5 | 7 |

原始 4 階魔方陣

| | | | |
|---|---|---|---|
| 11 | 9 | 8 | 6 |
| 5 | 7 | 12 | 10 |
| 16 | 14 | 1 | 3 |
| 2 | 4 | 13 | 15 |

4 階田字變形魔方陣

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 18 | 22 | 1 | 10 | 14 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 25 |
| 15 | 19 | 23 | 2 | 6 |
| 21 | 5 | 9 | 13 | 17 |
| 7 | 11 | 20 | 24 | 3 |

原始 5 階魔方陣

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 13 | 17 | 9 | 21 | 5 |
| 24 | 3 | 20 | 7 | 11 |
| 2 | 6 | 23 | 15 | 19 |
| 10 | 14 | 1 | 18 | 22 |
| 16 | 25 | 12 | 4 | 8 |

5 階田字變形魔方陣

(圖 5)魔方陣的田字變形

- 魔方陣田字變形後，各行、列、對角線上的數字僅調換了位置，其和不變，所以仍是魔方陣。

## 魔方陣的井字對換變形

- n 階魔方陣的井字對換變形步驟如下：
  (1)、任選一數 1< = k < = n 。
  (2)、將方陣的第 k 行和其互補行(第 n + 1 - k 行)對換。
  (3)、將方陣的第 k 列和其互補列(第 n + 1 - k 列)對換。
  (4)、為方便稱呼，此時姑且命名為 k 值井字對換變形。
- 若同時取兩個以上的行列做對換變形時，記錄時以 " , " 分隔，例如圖五的 1,2

值井字對換變形。

- 下面是 4 階魔方陣井字對換變形的例子。

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 16 | 14 |
| 13 | 15 | 2 | 4 |
| 8 | 6 | 11 | 9 |
| 12 | 10 | 5 | 7 |

原始魔方陣

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7 | 10 | 5 | 12 |
| 4 | 15 | 2 | 13 |
| 9 | 6 | 11 | 8 |
| 14 | 3 | 16 | 1 |

1 值井字對換魔方陣

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 16 | 3 | 14 |
| 8 | 11 | 6 | 9 |
| 13 | 2 | 15 | 4 |
| 12 | 5 | 10 | 7 |

2 值井字對換魔方陣

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7 | 5 | 10 | 12 |
| 9 | 11 | 6 | 8 |
| 4 | 2 | 15 | 13 |
| 14 | 16 | 3 | 1 |

1,2 值井字對換魔方陣

(圖 4)魔方陣的井字對換變形

- 證明：
  由 k 值井字對換變形的步驟可知：魔方陣的所有行、列、對角線數字僅對換順序，其和不變， 所以經 k 值井字對換變形後仍為魔方陣

## 魔方陣的拓樸變形

- n 階魔方陣的拓樸變形步驟如下：

  (1)、任選兩數 $1 <= k1, k2 <= n$

  但當 n 為奇數時，k1 及 k2 不能等於 $(n+1)/2$ 。

  (2)、將座標含 k1 值的全改成 k2。含 k2 值的全改成 k1。

  含 $n+1-k1$ 值的全改成 $n+1-k2$。含 $n+1-k2$ 值的全改成 $n+1-k1$。

  (3)、為方便稱呼，此時姑且命名為 k1, k2 拓樸變形。
- 當 n 為奇數時，若 $k1 = (n+1)/2$，則依 (2)， 座標中含 k1 值者要改成 k2，但含 $n+1-k1 = n+1-(n+1)/2 = (n+1)/2 = k1$ 者又要改成 $n+1-k2$，所以除非 k2 也等於 $n+1-k2$，否則即造成矛盾。
- 下面是魔方陣拓樸變形的示範：

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 18 | 22 | 1 | 10 | 14 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 25 |
| 15 | 19 | 23 | 2 | 6 |
| 21 | 5 | 9 | 13 | 17 |
| 7 | 11 | 20 | 24 | 3 |

原始魔方陣

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 8 | 4 | 12 | 25 | 16 |
| 22 | 18 | 1 | 14 | 10 |
| 19 | 15 | 23 | 6 | 2 |
| 11 | 7 | 20 | 3 | 24 |
| 5 | 21 | 9 | 17 | 13 |

1,2 拓樸變形魔方陣

(圖 5)魔方陣的拓樸變形

- 魔方陣拓樸變形後，各行、列、對角線上的數字僅調換了位置，其和不變，所以仍是魔方陣。

我願不受到考試的束縛，自由自在地讓自己的思想奔馳。


參考資料：１、http://www.shes.hcc.edu.tw/~oddest/mq48.htm

２、http://www.math.tku.edu.tw/mathhall/mathinfo/lwymath/magic.htm

３、www.zhghf.com/28xfx/10wj.htm

４、www.bamboo.hc.edu.tw/research_publish/ textbook/math01/chapter10/