１、 書名：數學的發現趣談
２、 作者：蔡聰明
３、 出版社：三名書局股份有限公司
４、 頁數：３３３
５、內容簡介：此書收集蔡聰明教授八年來所寫的，刊載於《數學傳播》與科學月刊的一些數學通識文章。不同於一般的數學書冊，僅討論單一性的主題，它涵蓋的範圍相當廣大，除了一般公式的證明、數學競試的題目之外，對上包括自然界的生物與數學的關係（如蜂巢的幾何結構)，對下到我們常常在玩的孔明棋，都是他探討的對象。其中最具特點的，是他秉著先猜測再檢驗﹝guess and test﹞以及教學要教人思考﹝teach to think﹞、否證論與知識的演化等觀點，從中學數學中選取一些有趣的論題，寫成此書，可說是綜合性相當廣的一本書。

本書所選擇的主題包括了：

1.數學解惑四則 2.魔方陣問題 3.對國中學生解題的觀察 4.無言的證明 5.一線定乾坤 6.一題多解的妙趣 7.從畢氏定律到餘弦定律 8.餘弦定律的追尋 9.畢氏定理的故事 10.溫布頓網球賽共比賽幾局?11.談 Heron 公式 12.古埃及的四邊形面積公式 13.四邊形的面積公式 14.談 Pick 公式 15.輾轉相除法、黃金分割與費氏數列 16.零多項式的次數 17.1 是不是質數 18.圓的分割 19.談分析與綜合法 20.蜜蜂與數學 21.光與的對話 22.好玩的獨人棋 23.向阿基米得致敬

６、讀後心得：還記得在那個懵懂無知的孩提時代，數學曾是我們最好的遊戲，從中不斷地學習、成長，曾幾何時，它變成了一堆在參考書上的公式、在考卷上的題目，數學不再是樂趣，而是苦難。在建中打滾了一年，這種感覺愈發強烈，這本書就好比一股清流，對深陷數學泥淖中的我，伸出了援手。

其實，當初在看這本書的時候，很多有關證明的章節都被我跳過了，但這一章徹底吸引了我的目光：20.蜜蜂與數學。也許我本身是生研社的緣故吧，本章先從古印度數學書《麗羅娃蒂》上關於蜜蜂的代數問題著手，再講到費氏數列，最後才提到本章的主題：蜂巢的幾何結構。原本不相關的幾件事，到後來都串在一起了，這是我覺得作者寫這本書高竿的地方，他不會很開門見山的講出他的結論，而是提出很多方法來佐證我們認為理所當然的公式或定理，這在我看過的書中是很少見的。

看完了這一章後，我一直在思考著一個問題：我們這些學生物的到底需不需要用到數學？長久以來，我一直以此為藉口，來作為討厭數學的理由，但這章很明白地告訴說我錯了，生物其實是和數學環環相扣的，要不然蜂巢的角度怎麼會表現出那麼剛好的數字？生物上的統計學又從何而來呢？其實不只是數學，其他的科目也是一樣，物理就不用說了，就連化學在計算莫耳數的時候也要用到數學，數學被稱為“科學之母”果然是當之無愧。

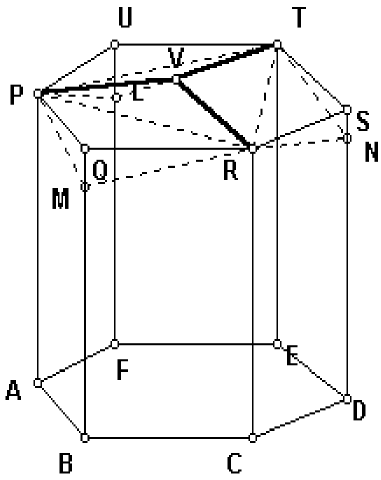
平常看人在解證明題，輕鬆地像什麼一樣，不禁怨嘆起自己的無能，但是要知道，我們現在能快速證明或解出一道題目，並不是坐在書桌前隨便想想五分鐘就能有所結果的，很多小小的公式都是由前人賭盡畢生的心血所求證出來的，這種認為數學“如此爾

爾”的態度，對數學家而言簡直是一種侮辱。儘管只是一個小小的發現，對他們而言都是無與倫比的喜悅，但這種喜悅我實在難以體會，尤其在這種教育制度之下，作題目都來不及了，哪裡還有心情一題一題作沙盤推演的思考，最好每題都可以用一個公式，簡潔有力地把它解決掉，不僅是我，相信大部分的人都是抱持著這種想法。

可悲啊！唸了數學那麼多年，居然無法從中領會到任何樂趣，雖然說興趣算是很重要的一個因素，但至少也不要讓我們產生厭惡的感覺，這真的是很糟糕，尤其在坊間數學補習班充斥的今天，數學變成一種很制式化的學習，上課、考試、上課、考試，結果是在補習班的人不會好好思考卻能拿到好成績，真的肯用心思考的人卻只有吃鱉的份，試問這樣誰會真心喜歡上數學呢？要改善這種情形，只能從體制內去改正，但這也不是一朝一夕的事情，這真的讓人有些絕望……

前面講了那麼多，其實我想表達的概念很簡單：挖一筍不如挖整竹的筍。其實跟“給他一條魚，不如教他如何釣魚”的意思差不多，我已經厭倦了不斷和無窮無盡的數學題目糾纏的日子（雖然未來大概還是會這樣過），我希望能馭繁為簡，好好地、認真地去思考，題目不用多，只要能把一題徹徹底底用自己的方法思考過，所學得的遠比你作一大堆補習班的題目來的多。

最後，補充一點資料：



蜂巢的一個蜂室就像這個樣子,外形是正六陵柱(regular hexagonal prism)正六邊形 PQRSTU 是蜂室的正面,"屋頂"是三個全等的菱形(用蠟封住),並與陵柱成等角。

左圖中,ABCDEF-PQRSTU 是正六角柱,假設底面正六邊形 PQRSTU 的邊長=1 今截取 MQ=NS =UL=x,並往上翻到 V,使得 PMRV,RNTV,PLTV 是菱形,(則底面變成三個全等的菱形) ABCDEF-PRT-V 的體積與原來的六角柱不變 欲使 ABCDEF-PRT-V 的表面積有最小值。x=?

假設邊長 PQ=1,QM=x 則 $\overline{PM}=\sqrt{1+x^2}$

△PMV 的高= $\frac{1}{2}\overline{PR}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\overline{MV}=2\sqrt{(1+x^2)-\frac{3}{4}}=\sqrt{1+4x^2}$, $\Delta PMV=\frac{1}{2}\sqrt{1+4x^2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

以一個柱面 PABQ 而言,減少表面積△PMQ,增加了表面積 △PMV

所以增加了表面積 f(x)= $\frac{\sqrt{3}}{4}\sqrt{1+4x^2}-\frac{1}{2}x$

則 x=?時 f(x)有最小值呢?

高三的同學可用微積分簡單處理.高二的同學看後記(7)

解得 x=$\frac{1}{2\sqrt{2}}$

假設$\angle$MPV=θ,則

由餘弦定理知$cos\theta=\frac{\frac{9}{8}+\frac{9}{8}-\frac{3}{2}}{2\sqrt{\frac{9}{8}}\times\sqrt{\frac{9}{8}}}=\frac{1}{3}$,查表,$\theta$=70°32' 所以$\angle$MPV=109°28'

後記:

1. 希臘時代的 Pappus 就提出等周長問題(isoperimetric problem):
   在平面上,等周長的區域,以圓形面積最大。
   他認為,蜜蜂把牠們的蜂巢作成正六邊形,顯示了某種程度的數學知能(mathematical understanding)
2. 法國物理學家 Monsieur de Reaumur 認為,蜂巢的形狀是為了使材料最節省(容積固定,表面積最小)。因此向巴黎科學院院士 Koenig 請教。 得到肯定的答案。
3. 以上我們所作的結論就是:
   材料最節省時,蜂室底部三個菱形, 確實=109°28' 與自然界實際的蜂巢相符,也就是說,蜜蜂確實以最省材料的方式建造牠們的蜂巢。
4. 自然界有許多奧秘,蜂巢只是其中之一,而數學是揭露自然界奧秘的工具。
5. 甲烷 CH_4的結構 HCH 的夾角也是 109°28',不是巧合吧!
6. 據說一些礦石也有類似的結構,沒有研究耶.
7. 求 f(x)=$\frac{\sqrt{3}}{4}\sqrt{1+4x^2}-\frac{1}{2}x$的最小值
   令 x=$\frac{tan\theta}{2}$,則 f(x)=$f(\theta)=\frac{\sqrt{3}}{4}sec\theta-\frac{1}{4}tan\theta$
   設$\frac{\sqrt{3}-sin\theta}{cos\theta}=k$則 $\sqrt{3}=|kcos\theta+sin\theta|\leq\sqrt{k^2+1}$,所以 $k^2\geq 2$
   因為 k>0,所以 k 的最小值為$\sqrt{2}$
   此時$cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}},sin\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}$,x=$\frac{tan\theta}{2}=\frac{1}{2\sqrt{2}}$

我願不受到考試的束縛，自由自在地讓自己的思想奔馳。