

市立建國中學九十一學年度升高二暑假作業數學科

本報告閱讀方法：
每一頁線上部分為摘錄的「智慧小語」
和數學有關但和文章內容無關
每一段的起頭一定有一段書摘
下面的內容則是依照書摘所延伸出來的探討
由於是第一次邊打字邊想
故許多內容跳躍或不順時
請多包涵

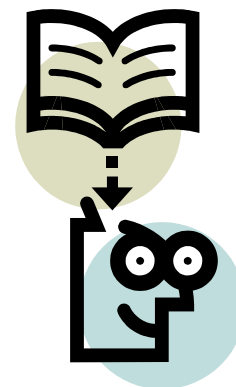
市立建國中學九十一學年度升高二暑假作業數學科
台灣現今的數學教育
作者：楊智超
(本報告後有後記)
總字數：8113 (含空格)
總頁數：12 頁
最後修改日期：二〇一二年九月九日星期一

市立建國中學九十一學年度升高二暑假作業數學科

書名：

1. 幹嘛學數學？

《天下文化出版》



2. 神奇的兀

《商周出版》

3. 數學的發現趣談

《三民書局出版》



二年 18 班 24 號

學生：楊智超

老師：高志偉

市立建國中學九十一學年度升高二暑假作業數學科

There can be no living science unless there is a widespread instinctive conviction in the existence of an Order of Things, and, in particular, of an Order of Nature.

A.N. Whitehead

這次的暑假作業我選了三本較為入門的數學科普叢書閱讀，三本中對於《幹嘛學數學》一書較有心得感想，特別是針對作者對於美國的課本與教育改革的批評以及對於他國之數學比較，在這教改不斷的台灣是否可借鏡？以下是本人對於台灣數學教育的看法，以及對這三本書的看法。由於我暑假時以有一份數學及生物的專題研究，因此這份報告是一份純文字的心得，沒有任何數學討論。此份作業雖精心設計下完成但難免有缺失予疏漏，希望老師能不吝批評予指正。

「關於這堂數學課，我有個問題。」

「喔！」

「想到我們大家遲早都會死，學這些整數有什麼意義？」

《幹嘛學數學》119 頁

是的，學這些數學到底有什麼意義？數學是不是有像歷史一樣清楚解釋，譬如說是鑑往知來、以古借鏡等，還是數學本身並沒有那麼明確的解釋？曾聽到有些人說數學只是單純的反覆計算，有些人說數學只是學校拿來測驗學生的一個科目而已，它本身並沒有多大的意義。但卻有另一批人說數學是一種分析、思辨的學科，有人甚至說數學是一種美，數學是一種有價值的東西，它是一門令人一見鍾情的學問。

這兩種說法到底誰對呢？我說：其實兩個都對，原因出在於你所接觸到的數學。

當一個人所接觸到的數學，只是每天教科書上的繁雜公式以及補習班那種令人昏睡的填鴨式講義，或是每天只侷限於那無謂的計算題和參考書上的解題快招時，數學對你而言肯定是索然無味的，就跟摘要中的那位學生一樣。倘若你所接觸到的數學，是純粹研究而沒有任何目的時，其實它是個好玩且迷人的學科。

書中提到數學有點像諺語中的瞎子摸象，摸的部位不同對大象也有不一樣的認知。數學啊！它複雜的內容使每一個接觸它的人，都產生了不同的看法與見解。而意義，也就不再是個重點了吧！

而數學到底有沒有用呢？從《幹嘛學數學》中我們看到數學在日常生活扮演了多麼重要的角色，舉凡三個高收入的工作中，有兩個要用到比算數更高深的數學。而在第 2、3 章中，提到了冷數字和熱數字的觀念，我們日常生活中處處可以看到熱數字的蹤跡，而選舉時也總是有一群人喜歡拿著民調把玩。樂透

市立建國中學九十一學年度升高二暑假作業數學科

He who seeks for methods without having a definite problem in mind seeks for the most part in vain.

D. Hilbert

的號碼總是有人在搞什麼名牌，建議他們應該去看看科學月刊三月號的樂透專欄。冷數字最常見的就是 4 吧！一個地區的風俗習慣左右了一個數字的去留，在鄉下這種情況更為明顯。

種種數學在日常生活上的應用可說是族繁不及被載，其實學數學的實質用處不光是算算數而已，它包含了一切其他學科所能做到的，像是歷史的思辯等，是一門極度有用的科目，難怪有句話說：「數學是科學之母！」

面對數學還有一件很重要的事，就是別被它嚇倒。數學並不像數學祭師所假裝的那麼難。每當我覺得快被嚇倒的時候，總是想起湯普生(S. Thompson)在《微積分很簡單》一書裡所說的名言：「一個傻子能做的事，另一個也能。」
《幹嘛學數學》119 頁

這則書摘很明顯的告訴我們：其實學習數學並不是一件難事，就如同作者書中的一個大標題：「你沒有數學細胞，但一定有數學頭腦！」一般。為什麼台灣的學生會認為數學是一個很棘手的問題呢？

除了現在的入學制度所帶來的衝擊之外，補習班也是台灣數學教育無法踏入正軌的元兇之一。現在坊間有家不肖補習業者打出所謂「選赫哲不必選高中」、「赫哲數學全國第一」等的狂妄自大且傲慢的口號，天天利用電話及學生間以訛傳訛的弱點加深我們 尤其是高一新生 對於數學的恐懼感，甚至提出本校段考及格人數來嚇唬學生，好像不補習就像是滔天大罪一般的不受這社會所包容。諸不知補習最初目的只是補救教學，是正軌教育的一個小分支，本來應該是種不被允許的異類，現在居然像是全民瘋狂買樂透似的光顧補習班，成何體統？而所謂不必選高中一詞，在知識份子的眼中，僅不過是個某位自以為有知識的行銷者所做出的荒唐笑話罷了！

常常碰到高一新生問我要不要補習的問題，通常我都這麼回答：「你想要怎樣去面對你高中三年的數學？你想去了解並擁有屬於你自己的數學知識嗎？倘若你想每天看到數學都有新的發現與感動，那踏入補習班絕對不是你該做的選擇。補習班不可能造就什麼數學天才，它只是一個製造解題機器的工廠而已！」

對於決定要補習的同學，除了為他默哀三分鐘以外，還要跟他說其實真的要補習，也不用補那種把自己全國第一的名號奠基在無數考不好的學生之上的補習班，不要盲目跟隨人群，做自己為自己而活，挑一家你多少能有些新發現的補習

市立建國中學九十一學年度升高二暑假作業數學科

Come forth into the light of things,
Let Nature be your teacher.

W. Wordsworth

班，雖然古人說：「數大就是美」，但這絕不適用於那種貼一堆榜單讓你眼花撩亂，或是那種不道德的佔用大樓公共牆壁把榜單黏的到處都是的補習班，這種低劣的商業行為怎麼會教出良好的學生，怎麼能給予現代青少年一個正確的價值觀呢？青少年日益嚴重的價值觀問題，如此看來補習業者也應負出些許責任！

說到榜單，就讓我想起本年度建中兩大狀元 郭學長和張學長 兩位建中本來該感到驕傲的優秀學生。我本來非常欣賞兩位學長如此的年輕有為，為建中寫下另一頁璀璨的歷史 直到我看下面這則公車站牌廣告：

91 年度指定考科狀元張文瑋，郭子維真情推薦 吳岳國文

可悲啊！原來狀元也是補習補出來的！原本帶給建中的光彩，現在全一筆抹煞，甚至還倒扣了些許分數！父親常跟我說：「一個讀到建中的人，還要去補習，那其他學校的學生不就都去死好了！」是啊！一個讀到狀元的人連國文都要補，豈不是告昭天下《不補習，萬萬不能》的錯誤觀念嗎？狀元身體力行，用行動告訴我們補習有益身體健康，去補習的各個頭好壯壯，各個都可以考狀元！這正是台灣人格教育中最失敗的一部分，或許是為了補習班那豐厚的獎學金而簽下了賣身契，台灣的學生什麼時後才能把中國幾千年來優良的世紳文化所展現出來？什麼時後才能了解不為五斗米折腰的意義？在讓補習業者登出榜單時，或許我們所該考慮的，不是那區區幾千塊錢，而是這一刊登出來別人對你的印象以及這對台灣數學教育正常化所帶來的影響。

數學是理性文明的結晶，是一門講道理的學問。不論是教與學，都應展現從問題出發的思索、討論、說理之過程。不過，在目前的教育體制之下，這些過程往往是缺乏或是不足的。許多學生學習數學很快就被迫走上「背記」之途，弄壞求知的胃口，實在令人痛心。

《數學的發現趣談》1 頁

這段書摘所透露出的問題，其實並不只屬於台灣，全世界大部分國家的教育改革也面臨著如此的問題。寫到這邊又不禁令我想起我一位上了所謂的「赫哲資優班」的同學，以及另一位在「陳立資優班」的同學。兩位的班別都被帶上同樣的套套 資優班，但這種虛偽的名號也僅不過是為了那些考不上學校資優班，想滿足一下自己所設立的班別，他們真的是資優生嗎？或是說他們真的在上資優課程嗎？

市立建國中學九十一學年度升高二暑假作業數學科

All things in the whole world happen mathematically.

萊布尼茲

後半部的問題比較好回答：其實根本與一般的課程沒什麼兩樣，只是跳過一些比較基礎的章節或是較其他同學早學完而已，如此便能稱自己是資優生，未免些許有點自滿。

不過學校的資優課程就有點不同於補習班的。真正的資優是學校選出來的那一批人，而不是補習班為滿足學生和家長的虛榮心而設立的假資優班。但話又說回來，我們應該如何去斷定一位資優生呢？這種東西有沒有一定的標準？

我的認知，其實資優生的定義應是能發現並體會數學之美的人，而且能因其奧妙而有所感動。什麼解題高手或是聯考狀元都不一定會是真正的強者，唯有去深刻了解數學的人才能贏得如此頭銜。

寫的有點偏離本書摘的評論了。現在回到本段書摘，重點是：台灣的學生往往不會太去注意到一個原理的證明，對於問題的思考能力也欠佳。台灣數學的教法從小所注重的是演算的速度和準確性，而課堂上由於老師趕課所以又鮮少給我們想的空間。補習班更不用說，一個理論尚未經過思索、討論、說理這三個步驟就直接被答案，除了未將原本的問題解決外更會衍生出更複雜的問題，一個惡性循環將永不終止。

是學生真的沒有數學頭腦嗎？還是我們早已安逸於這種日復一日的教法，像一個嬰兒似的等著老師餵食「數學大補湯」？如同我之前所說的：「你沒有數學細胞，但一定有數學頭腦！」有時候很羨慕資優班的同學，他們擁有比別人多的時間去運用他們的數學頭腦，去研究去探索。當普通學生都在反覆不斷練習公式時。我深信，每一位同學如果都像資優班學生一樣的被重視且依個人需要調整教材時，數理資優班的學生不一定會比普通班的優秀，換句話說，普通班的學生表現絕不會太差。是教育政策影響了我們日後的數學發展，想一想這是多麼不公平的事！

資優班的存廢問題就如同明星高中社區化一般，是一個每隔一段時間就會被提起來炒一炒的問題，我並不贊同資優班。雖然自己也是英文資優班的一員，因為資優班的問題太大，譬如說招生的管道、公平性、以及一些其他衍生出來的問題。我所認同的是每個人都接受啟發式的數學教育，不要光是坐在椅子上聽老師解題，要動起來，自己去發現數學的美！

現今的教育體制填鴨的情況還是有，在建中算是最正常且自由的學校，我們沒有來自老師的考試壓力，段考教不完老師還會縮短考試範圍。有許多學校尤其是私立還會排週考，連北一女老師對學生的考試也比我們學校的還在意。而事實

市立建國中學九十一學年度升高二暑假作業數學科

天啊， π 越來越不受重視了，
現代學生學習幾何學時
只會用計算機
連九九乘法表都不會背了。
既然如此，還不如唸詩算了。

威克斯特羅姆
《摘自：神奇的 π 》

證明如果不是學生自動自發的去被 inspire，大考的成績也不會好到哪裡去。

常聽到有許多同學說他們的數學有很多東西是用補習班的記憶法則硬記下來的，舉個最簡單的例子好了，在求與某條直線方程式垂直的線時，某自稱學生最多 其實是站牌廣告最多 的補習班是這樣教的：

係數交換一變號

很簡單，亦或是說，比普通的求法要來的快好幾倍。而我觀察學校老師在教這一段時，也的確沒有講到這種速解。是學校老師不知道嗎？不可能，只是老師用心良苦，他不想打壞我們學習的胃口，他要我們在利用正常算法慢慢的推時能自己去 discover，自己做自己的 observer，因為別人教你的口訣是記不久的，況且又是在一種不懂原理的情形下。

「許多學生學習數學很快就被迫走上「背記」之途，弄壞求知的胃口，實在令人痛心。」是啊，這永無止境的口訣背誦是多令人心痛！學生們這樣背啊背的，完全不知道自己在學些什麼，反覆的背誦學習又有什麼樂趣呢？把數學搞得像國文英文，這樣豈不是把一切理科都當作文科來看待，這樣的教學方法，只能教出會考試的機器，對腦袋的發展一點意義都沒有。

不論是大學教授或高中數學老師，抱怨新學生的數學程度不佳，已變成年復一年的流行。大學教授埋怨高中數學老師，而高中數學老師也埋怨初中老師或小學老師，沒把數學教好。雖然這種一級抱怨一級，會讓最上層的人好過一些，但實際上這種抱怨是某種惡性循環。

《幹嘛學數學》126 頁

在我們剛進建中時，對自己要求比較高的同學都參加了暑假的銜接課程，更甚者跑到補習班去參加所謂的「單元式補強」或是「偷跑課程」，這些都足以顯示現代社會普遍認為學生的數學能力下滑，而從開學後老師的言語中則更加透露這個世代的隱憂：「你們這些學生啊，數學一屆比一屆差，從前的學生都是一教就會，現在居然還有學生問我為什麼負負得正？建中的金字招牌啊！可不要在你

市立建國中學九十一學年度升高二暑假作業數學科

說到數學，
如果人類早知道現實世界中沒有真正的直線、圓或絕對的數量，
數學也不會存在了。

尼采 《被人性所困的人》
《摘自：神奇的刀》

們手上毀了！」

如同本則書摘所說的：「抱怨新學生的數學程度不佳，已變成年復一年的流行。」台灣這幾年的數學的確是在退步，肇因我們的課本實在簡化的太多，尤其是九年一貫後的數學教材，讓我們這些已被簡化的慘不人睹的七年級生傻眼。我曾經和我一位好朋友在選購高二參考書時信手拿起對面書架的國一九年一貫參考書翻了一下，我朋友以一種極不相信的口氣說道：「我們國一的時候有這麼笨嗎？」是啊！是我們的智商太高了還是課本太簡單了，感覺起來現在的國一生完全沒有學到國一的精隨，而只是碰到皮毛而已。如此的數學能力在未來將帶給國家什麼樣的數學人才？國家的競爭力和人力資源勢必將出現一大裂痕！這些自稱為教育研究專家的學者們，真不知他們到底在想些什麼？

或許他們很理直氣壯的說：「我們在走改革的路！我們在自己的血汗鋪出一條康莊大道！」可是回頭想想，就和聯考一樣，以台灣人的特質，一套能存活幾十年的東西沒被廢掉一定有它值得保留的原因，盲目的改採新措施只會使許多人利用這建立初期趁機鑽漏洞，祇會使我們的競爭力輸給對岸而已！這條數學的改革路美國也不是沒走過，每十年一次的改革是兩派意見互相左右的結果，一派認為應該強調計算技巧，另一派認為應以了解本質為主。一下子「回歸基礎」，一下子又變成「新數學」或是「解決問題」，從來沒有出現一種平和的折衷方案。

我們清楚的發現台灣現在的教改正是這兩派間的拉鋸，而新的課本新的升學制度卻沒有對我們的學習方法造成任何改變，這正是台灣教育可悲的地方。我國中時還有一位數學老師對我們說：「教改啊！換湯不換藥！你們就給我好好的讀，像以前學長姊的讀法，要上第一志願一點都不難！」

其實要改的是我們的制度嗎？也不盡是如此。國中時參加一個教改會議時曾經說過這麼一段想法：要改的其實不是我們學生，而是老師的教法和家長的看法。數學怎麼改怎麼炒都是一樣，就是那重計算重思考的爭論，如果爭奪點如此的話，教育部乾脆同意學校開一門，「新數學思考」和另一門「普通數學」就像高二有「幾何學」和「數學」其實上的課程都一樣 如此便能解決思考和計算均衡的問題。

不過如果真的開了這麼一門課程的話，還是老師要很有責任的去落實區分兩

市立建國中學九十一學年度升高二暑假作業數學科

人的價值在於不斷地追求真理，而不在於擁有真理。

因為只有透過追求真理，而不是佔有，

人的能力才會展現並且漸趨於完美。

佔有只會使一個人停滯、懶惰、與驕傲。

萊辛 《德國批評家、戲劇家》

《摘自：數學的發現趣談，頁 96》

門課的內容，不要到最後像高二的幾何學課一樣，都變成傳統的數學課。

真懂沒有替代物，了解有無限多層，認識會逐漸加深增廣。因此，學習才變成是「日新又新」不斷的提升境界的知識探險之旅。

數學教育應提供機會，讓學生得到探險與發現的樂趣。費曼(R.P. Feynman)回憶同年往事時說：

我在童年時期得到過某種美好的東西，於是終生都想再次得到。我像個孩子一直在尋找那些好東西，我知道我會找到 也許不是每次都能，但常常找到。

然而，放眼目前的數學教育，實施的結果，讓絕大多數的學生害怕數學，討厭數學，甚至痛恨數學，求知胃口敗壞。不但達不到正面的效果，反而盡得負面的壞處。過多的考試和分數主義，逼使學生走上「背記」的歧途，完

數學教學不正常的另一主因是台灣分數主義的影響，段考前老師拼死拼活也要把進度趕完，不管你吸收的如何，更不會去考慮所謂的教學品質。費曼說：「大家都努力在考試，也教下一帶如何考試，然後大家什麼都不懂。」是啊！如同本段書摘所提出的「真懂沒有替代物」，為了特殊目的而去「懂」的知識是記不久的。然而，一般的教科書都是直接給出公式或定理，然後就作證明，而忽略掉由問題出發的探尋過程，這使我們只能被動的學習，我們缺乏主動去探索的經驗，輕易的就走上懶惰思考的道路，用背記來應付考試，考過後再忘的一乾二淨。其實在數學教育中身為接收者的我們沒有得到數學教育所應提供機會，我們這一代小就沒有體會到所謂數學的樂趣，目前的教改方向應著眼於「讓孩子自然而然的學會數學」，我們都知道國小老師上課第一個問題一定是；「小明買了兩隻棒棒糖和一隻原子筆，請問他手上有幾樣東西？」上了國中，老師第一個問題是；「畢

市立建國中學九十一學年度升高二暑假作業數學科

我希望還有一些聰慧而又熱愛科學的少年，
切勿讓他們浪費生命中最寶貴的時光去準備考試，
而失去對科學的熱愛與興趣。

戴森

《摘自：數學的發現趣談，頁 42》

氏定理有誰會證？」上了高中以後呢？

「這個證明太簡單，回家自己證，我們看下一個主題。」

有如此的變化，是表示我們數學程度的提升嗎？其實並不是，如此漏洞連連的數學教育，如此缺乏系統之下又如何學好呢？或許這是一種所謂的「回家主動學習，自行探索」吧！如果真是如此，現在生活豐富的年輕人又有幾個會真的回家探勘一番呢？老師這一片美意，早在網咖門口抹煞殆盡了！

求解一個問題若是自己獨立的想出來，即使答案在文獻上早已存在，這仍然算是重新發現，對於個人是非常珍貴的經驗。"research"的本義就是重新(re)找尋(search)的意思。目前由於資訊發達，許多好的問題，學生都太早就讀到答案，而平白喪失自己追尋的機會。讀得的答案，跟自己想出來的答案，不一樣就是不一樣！

《數學的發現趣談》56 頁

這一段我和作者的想法不甚相同，他認為我們擁有太多的資訊來源以至於流失掉了許多動腦的好機會。的確，我們的資訊來源是很多，但有誰會去使用這些學術資源呢？在建中這種號稱台灣一中的學校電腦大部分都是被用來聊天哈啦，或是打線上遊戲，就算有再多的資源學生還是不懂得要如何應用，又如何去讀答案呢！

其實我覺得最大的問題在於我們這一代對於交作業的態度。現在的學生做作業已經很少是自己的東西了，要做書摘就上 Amazon.com 去抓別人做過的，要科展就去重金禮聘一位老師或教授級人物來做，要看一本書就看書的第一章和最後一章，要寫數學作業就拿補習班的解答來抄 註：補習班真是萬惡淵藪啊，國文作文寫一千兩百字還要討價還價，英文寫推薦信還要請留學機構代寫，數學暑假作業交的小貓沒兩三隻，這些都足以顯示出現代人濫用資訊的不恥行為！

造成這些的最主要原因是整個社會功利主義的歪風之盛，連做一個作業都認為會影響到他的讀書時間，所以就想說隨便搪塞一下老師就好，拿個網路文章老師也不知道。

市立建國中學九十一學年度升高二暑假作業數學科

You cannot understand a theory unless you know how it was discovered.

E. Mach

《摘自：數學的發現趣談，頁 131》

在資訊如此發達的今日，唯有靠同學們自覺的去正確的使用電腦，自己去追尋屬於自己的真知識，唯有如此才能使自己在這人潮的洪流裡不會迷失自我，朝著一個正確的方向走去。

數學的改革不是由上層往下層，也不是由下層往上層，而是由每個人的心做起，對學生來說：我要下定決心的去再愛數學一次！對老師來說：我要好好的教一遍讓我的學生再一次感受到數學的美！對家長來說：我要陪著孩子，再重新認識一次數學！

對補習業者來說：我要早早關門，免得成為國家數學教育不正常的禍首！

如果真的能達到這樣的理想國，那想必一定是世界太平，一個沒有為數學而爭吵的世界！而這個世界大同，是需要你我共同完成的。

最後，我希望用一段書摘來結束我這篇報告：

如果你不知道
一個定理是怎樣發現的
那麼你對它並沒有真正的了解
因為真正的了解必須從邏輯因果掌握到創造的心理因果
一個定理的誕生
基本上跟一粒種子在適當的
土壤、風雨、陽光、氣候 之下
發芽長成一棵樹
再開花結果，並沒有兩樣。
雖然莎士比亞說得妙：
「如果你能洞穿時間的種子，知道哪一粒會發芽，
哪一粒不會，那麼請你告訴我吧！」
但是，請仍然嘗試儘可能呈現這整個的生長過程。
最後，請不要忘記欣賞和品味這花果的美麗！

《數學的發現趣談》封底

市立建國中學九十一學年度升高二暑假作業數學科

The moving power of mathematics is not reasoning but imagination.

De Morgan

《摘自：數學的發現趣談，頁 131》

後記：

凌晨一點十分，總算是完成了這篇長達八千字的報告。這一切全部都是我在利用每天晚上十一點以後的時間零零碎碎的完成的，大概花了我十多個小時。而其實真正最累的是在之前完成三本書的時候，還有構思這整個主題。其實寫這些東西沒什麼特殊意見，只是想抒發一下自己對現今教育的看法，說說做學生的心得罷了。我覺得這篇文章很適合給高一的學弟看，讓他們在周旋於補習時能聽聽老鳥的意見，在要抄數學作業時想想我所提到的真知識，我並不想影響到全建中學生的想法，只要有一兩個，在這條路上我就不會孤單。

這份報告後來完成的很趕，如果有錯字的話，也就請多多包涵了！☺

最後還要謝謝老師閱讀的辛勞，並預祝您教師節快樂！

《全篇完》