

105 學年度第二學期第三次定期考高二數學試題(社)

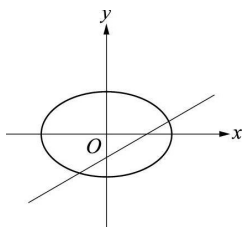
一、多選題(占 30 分)

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項填寫在答案卷上。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 6 分；答錯 1 個選項者，得 4 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

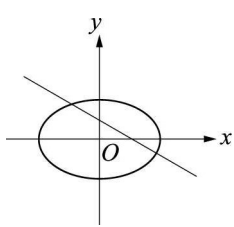
- 下列哪些方程式的圖形是一個拋物線？
(A) $x^2+2x+2017=0$ (B) $x^2+y=2017$ (C) $x+y^2=(y+1)^2$
(D) $\sqrt{x^2+y^2} = \frac{|x-y|}{\sqrt{2}}$ (E) $\sqrt{x^2+y^2} = \frac{|x+y+1|}{\sqrt{2}}$
- $a、b$ 為實數，二次函數 $f(x)=a(x-1)^2+b$ 滿足 $f(4)<0, f(5)>0$ ，試問下列敘述哪些是正確的？
(A) $a>0$ (B) $b>0$ (C) $f(-2)>0$
(D) $f(-3)>0$ (E) $f(-4)>0$
- 坐標平面上方程式 $(\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{4^2})-(\frac{x^2}{3^2}-\frac{y^2}{4^2})=0$ ，對其所表示的圖形，以下敘述哪些是正確的？
(A) 圖形是由一橢圓以及一雙曲線聯集而成。
(B) 圖形為一雙曲線以及原點聯集而成。
(C) 圖形為兩條相異直線。
(D) 圖形與 $x^2+y^2=4$ 有 4 個交點。
(E) $A(1,0)$ 及 $B(3,0)$ ，在第一象限內存在圖形上一點 P ，使得 $\angle APB=90$ 度。

4. 下列五個選項中，那些圖形有可能是曲線 $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$ 與直線 $ax+by+1=0$ 之圖形 (其中 $ab \neq 0$).

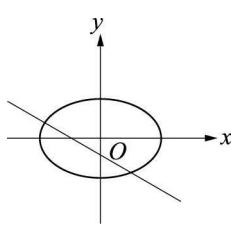
(A)



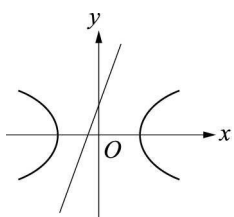
(B)



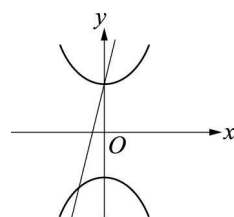
(C)



(D)



(E)



5. 下列敘述哪些是正確的？

- (A) 每一個雙曲線是無法拆成兩個單獨的拋物線。
 (B) 一雙曲線上任一點到其兩條漸近線的距離和為一定值，且大於零。
 (C) 具有兩相同的漸近線的雙曲線必互為共軛雙曲線。
 (D) 一等軸雙曲線的兩條漸近線必互相垂直。
 (E) 雙曲線的實軸長必大於共軛軸長。

二、填充題 (占 70 分)

說明：1. 第 A 至 I 題，將答案填寫在答案卷上所標示的題號內。

2. 每格完全答對給 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 已知點 $A(4,3)$ ， F 為拋物線 $y^2=6x$ 的焦點。若 P 點為拋物線上的一動點，求 $\overline{PF} + \overline{PA}$ 的最小值=_____。
- B. 設 P 為拋物線 $(y-1)^2=2x$ 上的一動點，則 P 點到直線 $x-y+4=0$ 的最短距離=_____。

C. 一橢圓與一雙曲線具有共同的焦點 F_1 及 F_2 ，且雙曲線的實軸長和橢圓的短軸長相等。設 P 為此兩圖形的一個交點，且 $\overline{PF_1} \times \overline{PF_2} = 8$ ，

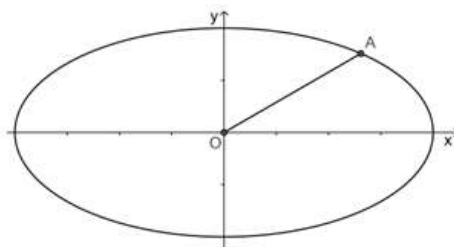
則 $\overline{F_1F_2} =$ _____.

D. 坐標平面上一直線 $y=2x+1$ 與一拋物線 $x^2=4y$ 相交於 P 、 Q 兩點。若 F 表此拋物線的焦點，則 $\overline{PF} + \overline{QF} =$ _____.

E. 設 F_1 、 F_2 為橢圓 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ 的兩焦點， A 、 B 為橢圓上兩相異點且 \overline{AB} 通過 F_1 ，求 $\triangle ABF_2$ 的周長=_____.

F. 平面上橢圓，其長軸落在 x 軸上，短軸落在 y 軸上，中心 O ，長軸、短軸的長度分別為 4、2，如圖所示，

橢圓上一點 A 在第一象限且 \overline{OA} 與 x 軸正向夾角為 30° ，



則 $\overline{OA} =$ _____.

G. 設 P 為橢圓 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上一動點， F_1 、 F_2 為此橢圓之兩焦點，若 $\angle F_1PF_2 = 90^\circ$ ，求 $\triangle PF_1F_2$ 的面積=_____.

H. 設圓 C' 過點 $A(-4, 6)$ 且與圓 $C: (x+4)^2 + y^2 = 36$ 相切，則圓 C' 的圓心所成的軌跡圖形其方程式為_____.

I. 過 $M(\frac{-8}{3}, \frac{-2}{3})$ 的直線交雙曲線 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1$ 於 A 、 B 兩點，且 M 為 \overline{AB} 的中點，試求

(1) 直線 \overleftrightarrow{AB} 的方程式為_____.

(2) 線段 \overline{AB} 的長=_____.