

# 105 學年度第二學期第二次定期考高三數乙試題

## 一、單選題 (共 3 題，每題 6 分，合計 18 分)

1. 函數  $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 1 \\ 3x^2 - 1, & -2 \leq x < 1 \\ -4x + 3, & x < -2 \end{cases}$ ，則  $f(2) + f(-1) + f(-3)$  之值為何？

- (A) -4    (B) 12    (C) 14    (D) 16    (E) 20

2. 若  $f(x) = x^2 - 7x - 5$ ，且  $g(x-2) = f(x+1)$ ，則  $g(5)$  之值為何？

- (A) -15    (B) -11    (C) 3    (D) 6    (E) 13

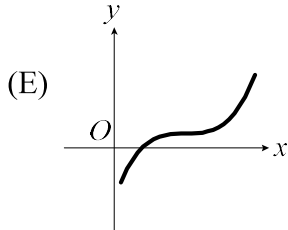
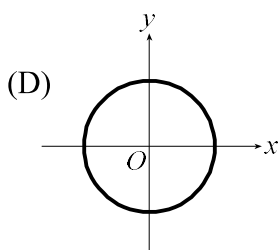
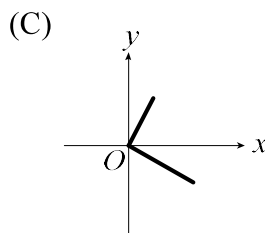
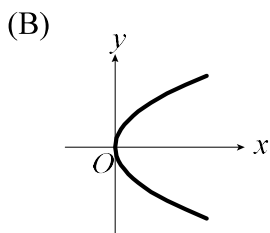
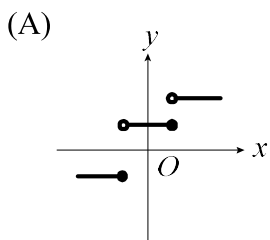
3. 試問下列有關極限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|1 - 3x + x^2| - 1}{x}$  的敘述何者正確？

- (A) 極限為 -3                      (B) 極限為 0                      (C) 極限為 1  
(D) 極限為 5                      (E) 極限不存在

## 二、多重選擇題

(共 5 題，每題至少有一個正確的選項，各題之選項獨立判定，全答對得 8 分；答錯一個選項得 5 分；答錯兩個選項得 2 分；未作答或答錯多於兩個以上選項者不給分，合計 40 分)

1. 下列選項中，哪些圖形可以表示  $y$  為  $x$  的函數圖形？



2. 設函數  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & \text{若 } x \geq 1 \\ 3x - 5, & \text{若 } x < 1 \end{cases}$ ，試問下列哪些選項是正確的？

(A)  $f(1) = 3$

(B)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -5$

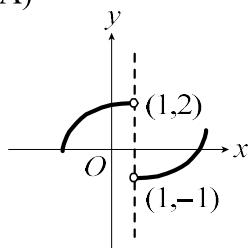
(C)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$

(D)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$

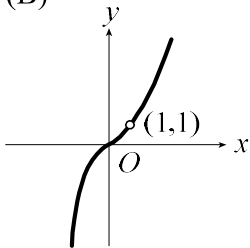
(E)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 6$ 。

3. 下列各函數圖形中，哪些選項的  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  存在？

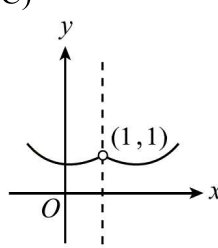
(A)



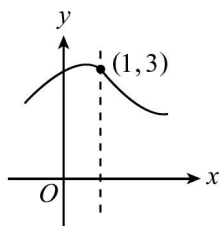
(B)



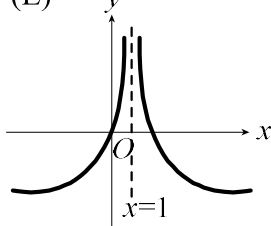
(C)



(D)



(E)



4. 下列關於函數  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 24}$  的敘述，哪些選項是正確的？

(A)  $f(x)$  的定義域為  $\{x \mid -4 \leq x \leq 6\}$

(B)  $f(x)$  的值域為  $\{y \mid y \geq 0\}$

(C)  $f(x)$  的最小值是 0

(D)  $f(-2) = f(4)$

(E)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$ 。

5. 下列關於函數  $f(x)$  的敘述，哪些選項是正確的？

(A)  $f(x) = [x]$  在  $x = 2$  處連續。(其中符號  $[x]$  為高斯符號，表示不大於  $x$  的最大整數)

(B)  $f(x) = \sqrt{x+3}$  在  $x = 3$  處連續

(C)  $f(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  處連續

(D)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{|x-1|} & , x \neq 1 \\ 2 & , x = 1 \end{cases}$ ，在  $x = 1$  處連續

(E)  $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|^5+x^5}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$ ，在  $x = 0$  連續。

### 三、填充題 (共 5 格，每格 6 分，合計 30 分)

1. 求  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2+1}$  之值為 (A)。

2. 求  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x-4}{x-3} + \frac{2}{x^2-4x+3} \right)$  之值為 (B)。

3. 已知函數  $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & x < 1 \\ ax+b & 1 \leq x < 2 \\ x^3-1 & x \geq 2 \end{cases}$  是一個連續函數，

則實數數對  $(a, b)$  為 (C)。

4. 設  $f(x)$  為  $x$  的三次多項式函數，若已知  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$ ，且  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 6$ ，

則  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  之值為 (D)。

5. 手機剩餘電量經常用格子數來顯示。今有一款手機當充滿電時，螢幕的電量顯示為 5 格，已知在待機  $x$  ( $x > 0$ ) 小時後，剩餘電量的顯示格子數為  $[\frac{72}{x+5}]$  格 (當  $[\frac{72}{x+5}] \geq 5$  時，電量皆顯示 5 格)，其中符號  $[x]$  為高斯符號，則當  $x$  的範圍為     (E)     時，剩餘電量的顯示會是 2 格。

#### 四、非選擇題 (12 分)

1. 已知多項式方程式  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 4 = 0$ ，  
試證：在閉區間  $[0, 1]$  之間至少存在一個實數  $c$  使得  $f(c) = 0$ 。(6 分)
2. 已知下列各題中的敘述皆為『錯誤』的，請於每小題各舉出一個反例說明此敘述為錯誤的：
- (1) 若  $|f(x)|$  是連續函數，則  $f(x)$  為連續函數。(3 分)
- (2) 若函數  $f(x) \neq 0$ ，且  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  存在但  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$  不存在，則  $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x))$  不存在。(3 分)