

## 105 學年度第一學期第三次定期考高二數學試題

一、單選題：16% (選出最適當的選項，每題 4 分，答對得 4 分，答錯或空白得 0 分)

1. 正六邊形  $ABCDEF$  中，若  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 1$ ，則  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AF}$  之值為何？

- (1)  $-\frac{1}{2}$  (2)  $\frac{1}{2}$  (3)  $-\frac{1}{3}$  (4)  $\frac{1}{3}$  (5)  $-\frac{1}{6}$ .

2. 設  $a$  為實數，方程組  $\begin{cases} 6x + (a-2)y - 7a + 17 = 0 \\ (a+5)x - 2y + 8a + 24 = 0 \end{cases}$  有無限多解，在所有解  $(x, y)$  中， $4x^2 + y^2$  的最小值為

- (1) 24 (2) 32 (3) 40 (4) 64 (5) 128.

3. 設  $\triangle ABC$  為平面上的一個三角形， $P$  為平面上一點且  $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{7} \overrightarrow{AB} + t \overrightarrow{AC}$ ，其中  $t$  為一實數。請問下列哪一選項為  $t$  的最大範圍，使得  $P$  落在  $\triangle ABC$  的內部？

- (1)  $0 < t < \frac{1}{7}$  (2)  $0 < t < \frac{3}{7}$  (3)  $0 < t < \frac{3}{4}$  (4)  $0 < t < \frac{4}{7}$  (5)  $0 < t < \frac{7}{3}$ .

4. 已知直角  $\triangle ABC$  中， $A(-1, 5)$ 、 $B(3, 8)$ 、 $C(5, -3)$ ，若  $\overrightarrow{AP} = x \overrightarrow{AB} + y \overrightarrow{AC}$ ，且  $-1 \leq x \leq 1$ ， $1 \leq y \leq 4$ ，

設滿足上述條件的  $P$  點所形成圖形為  $S$ ，則  $S$  的面積為何？

- (1) 300 (2) 200 (3) 150 (4) 100 (5) 90.

二、多選題 24% (每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個或三個以上得 0 分)

1. 設  $A$ 、 $B$ 、 $C$  為平面上相異三點，且  $O$  不在直線  $AB$  上，下列何者使  $C$  點必在直線  $AB$  上？

$$(1) \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$$

$$(2) \overrightarrow{OC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{OB}$$

$$(3) 4\overrightarrow{OA} + 5\overrightarrow{OB} = 9\overrightarrow{OC}$$

$$(4) 6\overrightarrow{OC} = 7\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$$

$$(5) \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$$

2. 平面上有三點  $A(1, 3)$ ,  $B(-5, 0)$ ,  $C(-3, 6)$ , 則下列選項哪些正確?

$$(1) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} < 16$$

$$(2) \angle A < 60^\circ$$

(3) 點  $C$  至直線  $AB$  的距離小於 6

(4)  $\overrightarrow{AC}$  在  $\overrightarrow{AB}$  方向上的正射影為  $(-2, -1)$

(5) 若點  $C$  在直線  $AB$  上的投影點為  $H(a, b)$  即  $\angle CHA = 90^\circ$ , 則  $a + b < 0$

3. 設在平面上  $\triangle ABC$  中, 若  $\overline{BC} = 2\sqrt{7}$ ,  $\overline{CA} = 4$ ,  $\overline{AB} = 6$ ,  $\overrightarrow{AO} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ , 則下列選項哪些正確?

$$(1) \text{當 } O \text{ 為 } \triangle ABC \text{ 外心時, } x - y = \frac{5}{18}$$

$$(2) \text{當 } O \text{ 為 } \triangle ABC \text{ 重心時, } x - y = 0$$

$$(3) \text{當 } O \text{ 為 } \triangle ABC \text{ 垂心時, } x - y = \frac{19}{11}$$

$$(4) \text{當 } O \text{ 為 } \triangle ABC \text{ 內心時, } x - y = \frac{-(5 + \sqrt{7})}{18}$$

$$(5) \triangle ABC \text{ 的面積為 } \sqrt{106}$$

### 三、填充題：60%(每題 6 分)

1. 直線  $L'$  與直線  $L: x + 2y = 2$  垂直且與點  $P(3, -1)$  的距離為  $\sqrt{5}$ , 則直線  $L'$  方程式為\_\_\_\_\_.

2. 在 $\triangle ABC$ 中，自 $A$ 作 $\overline{BC}$ 的垂線，其垂足為 $D$ ，已知 $\overline{AB}=5$ ， $\overline{AC}=4$ ，

$\angle BAC=60^\circ$ ，若 $\overrightarrow{AD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$ ，則數對 $(x,y)=$ \_\_\_\_\_.

3. 設 $\triangle ABC$ 中， $|\overline{AB}|=4$ ， $|\overline{AC}|=3$ ，且 $|\overline{AB}+\overline{AC}|=\sqrt{37}$ ，求 $\triangle ABC$ 的面積為\_\_\_\_\_.

4. 若兩直線 $L_1, L_2$ 之一交角平分線為 $x-y-5=0$ ，已知 $L_1$ 之方程式為 $2x+3y-1=0$ ，求 $L_2$ 之方程式為\_\_\_\_\_.

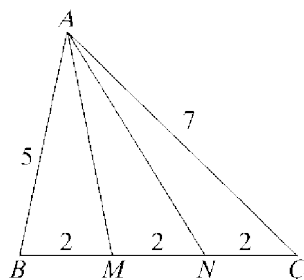
5. 設 $A(4, -5), B(-2, 3), C(8, -2)$ ，點 $P$ 在 $\overline{BC}$ 上且 $\overrightarrow{AP}$ 在 $\overline{AB}$ 上的正射影為 $(-\frac{18}{5}, \frac{24}{5})$ ，求 $P$ 點坐標為\_\_\_\_\_.

6. 已知三向量 $\overrightarrow{PA}-2\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC}=\vec{0}$ ，且 $\overline{PA}=\overline{PC}=\sqrt{6}$ ， $\overline{PB}=3$ ，則四邊形 $PABC$ 的面積為\_\_\_\_\_.

7. 設 $x^2+y^2 \neq 0$ ，求 $\frac{3x-4y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ 之最大值為\_\_\_\_\_.

8. 若圓 $C: x^2+y^2=25$ ，且 $A(3, 0), B(0, 4)$ 為圓內兩點，假設 $P$ 為圓 $C$ 上任意一點且使 $\triangle PAB$ 之面積為最大，則 $P$ 點坐標為\_\_\_\_\_。

9. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=5$ ， $\overline{AC}=7$ ，  
 $M, N$ 在 $\overline{BC}$ 上且 $\overline{BM}=\overline{MN}=\overline{NC}=2$ ，  
求 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$ 之值為\_\_\_\_\_.



10. 設方程組 $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ 的解為 $(4, 6)$ ，求方程組 $\begin{cases} c_1x+2a_1y=-b_1 \\ c_2x+2a_2y=-b_2 \end{cases}$ 的解為 $(x,y)=$ \_\_\_\_\_.