

# 105 學年度第一學期第二次定期考高三數甲試題

壹、多選題 (共 3 題，每題 10 分)

※每題至少有一個選項是正確的，全對得 10 分，只答錯一個選項得 6 分，

只答錯二個選項得 2 分，不作答或答錯三個以上(含三個)選項得 0 分。

1. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ，其中  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ，試問下列哪些選項正確？

(1)  $\sin(-\theta) = -\frac{1}{3}$                       (2)  $\cos \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$                       (3)  $\csc \theta = 3$

(4)  $\sin(\theta + \frac{3}{2}\pi) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$                       (5)  $\cot(\pi - \theta) = -2\sqrt{2}$

2. 設函數  $f(x) = 2\cos(3x + 4) + 5$ ，其中  $x$  為實數，試問下列哪些選項正確？

(1) 函數  $f(x)$  的(最小正)週期為  $6\pi$       (2) 函數  $f(x)$  的(最小正)週期為  $\frac{2\pi}{3}$

(3) 函數  $f(x)$  的最大值為 6

(4) 鉛直線  $x + \frac{4}{3} = 0$  為  $y = f(x)$  函數圖形的對稱軸

(5) 將  $y = \sin 3x$  的函數圖形作平移的動作(包含向上、下、左、右)有可能與  $y = f(x)$  的函數圖形重合

3. 已知  $f(x) = \sin x + \cos x$ ， $g(x) = (1 + \sin x)(1 + \cos x)$ ，其中  $0 \leq x < 2\pi$ ，試問下列哪些選項正確？

(1)  $(f(x))^2 = 1 + 2\sin x \cos x$                       (2)  $-\sqrt{2} \leq f(x) \leq \sqrt{2}$

(3) 方程式  $f(x) = 0$  的根有 3 個      (4) 方程式  $f(x) = 0$  所有根的總和為  $\frac{5}{2}\pi$

(5) 函數  $g(x)$  的最大值為  $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$

貳、填充題 (共 14 格，每格 5 分)

1. 已知一扇形的半徑為4公分，面積為6平方公分，設此扇形的圓心角為 $\theta$ 弧度，試求 $\theta$ 的值為     【1】    。
2. 試求 $\sin\frac{7}{6}\pi$ 的值為     【2】    。
3. 設 $\sec\theta = 3$ ，其中 $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ ，已知 $\cos\theta + \tan\theta = a + b\sqrt{2}$ ，其中 $a, b$ 皆為有理數，試求 $a + b$ 的值為     【3】    。
4. 已知 $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$ ，函數 $f(x) = \cos^2 x + 2\cos x + 3$ ，試問函數 $f(x)$ 的最大值為     【4】    ，最小值為     【5】    。
5. 設 $a = \sin 1$ ， $b = \sin 3$ ， $c = \sin 5$ ， $d = \sin 7$ ，試問 $a, b, c, d$ 四數依大小順序排列為     【6】    。
6. 設 $0 \leq \theta < 2\pi$ ，試問不等式 $2\sin^2\theta - \sin\theta - 1 \leq 0$ 的解為     【7】    。
7. 已知 $\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta = 2\sin 2016^\circ$ ，其中 $0^\circ \leq \theta < 180^\circ$ ，試問 $\theta$ 為     【8】    。
8. 已知函數 $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{6}) + \cos x = a\sin(x + \theta)$ ，其中 $a$ 為正實數， $0 \leq \theta < \pi$ ，試問 $a$ 的值為     【9】    ， $\theta$ 的值為     【10】    。
9. 已知實數 $x, y$ 滿足 $x^2 + y^2 = 1$ ，試求 $2x + 3y$ 的最大值為     【11】    。
10. 設 $A(2, -1), B(6, 2)$ ，圓 $O: x^2 + y^2 = 1$ ，而點 $P(x, y)$ 為圓 $O$ 上半部的任意點，即滿足 $x^2 + y^2 = 1$ 且 $y \geq 0$ ，試問 $\triangle PAB$ 面積的最大值為     【12】    ，最小值為     【13】    。
11. 設直線 $L: x + y - 7 = 0$ ，橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ ，而點 $P$ 為橢圓 $\Gamma$ 上的任意點，試問 $P$ 點到直線 $L$ 的最短距離為     【14】    。