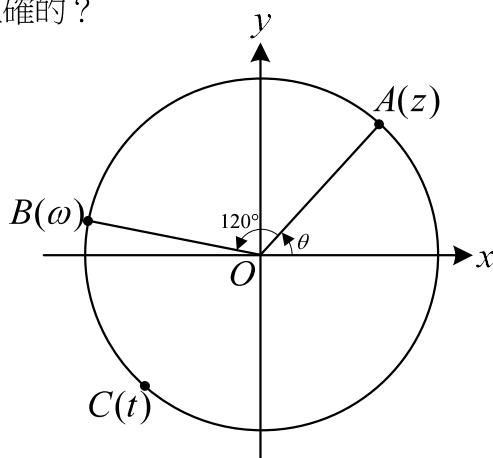


105 學年度第一學期第三次定期考高三數甲試題

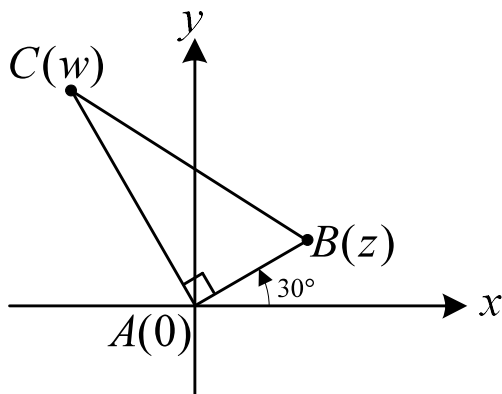
壹、多重選擇題(每題全對給 7 分，只答錯一個選項得 5 分，只答錯二個選項得 2 分，其餘情形得 0 分)

1. 如右圖，考慮複數平面上的點 $A(z)$ ，設 $|z|=3$ ， z 的幅角為 θ ，其中 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ 且滿足 $\cos\theta = \frac{2}{3}$ ，將 A 繞原點逆時針旋轉 120° 得到 $B(w)$ ， A 點對原點 O 的對稱點為 $C(t)$ ，試問下列哪些選項是正確的？



- (1) $z=2+\sqrt{5}i$
- (2) $w=z(\cos 120^\circ + i\sin 120^\circ)$
- (3) $t=-z$
- (4) $k=2(\cos 200^\circ + i\sin 200^\circ)$ 落在 $\triangle AOB$ 內部。
- (5) $\frac{\bar{iz}}{2}$ 落在第四象限。

2. 如右圖，將直角三角形 ABC 置於複數平面上，已知三頂點的複數坐標分別為 $A(0)$ 、 $B(z)$ 、 $C(w)$ ，其中 $\angle BAC=90^\circ$ ，且 $|\overline{AB}|=3$ 、 $|\overline{AC}|=4$ ， \overline{AB} 與 x 軸正向的夾角為 30° ，試問下列哪些選項是正確的？



- (1) $w=4(\cos 120^\circ + i\sin 120^\circ)$
- (2) $|\overline{BC}|=|z-w|$
- (3) z^3 為實數
- (4) $\frac{w}{z} = \frac{4}{3}i$
- (5) \overline{wz} 為實數。

3. 設虛數 $\omega = \cos \frac{2\pi}{6} + i \sin \frac{2\pi}{6}$ ，下列關於 ω 的敘述哪些選項是正確的？

(1) ω 為 1 的 6 次方根

(2) ω 為 1 的 12 次方根

(3) ω^2 與 ω^4 互為共軛複數

(4) 方程式 $z^6=1$ 的根可以表為 $1, \omega, \omega^2, \omega^3, \omega^4, \omega^5$

(5) $z^5+z^4+z^3+z^2+z+1=(z-\omega)(z-\omega^2)(z-\omega^3)(z-\omega^4)(z-\omega^5)$ 。

貳、填充題(一格 7 分)

1. 將複數 $2-2\sqrt{3}i$ 化成級式為 $r(\cos\theta+i \sin\theta)$ ，其中 $r>0$ ， $0^\circ<\theta<360^\circ$ ，

試求 $(r, \theta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 將複數 $\frac{(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)^5 (\cos 140^\circ + i \sin 140^\circ)}{3(\cos 70^\circ + i \sin 70^\circ)}$ 化簡成一般式 $a+bi$ (其

中 a, b 為實數)，試問數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

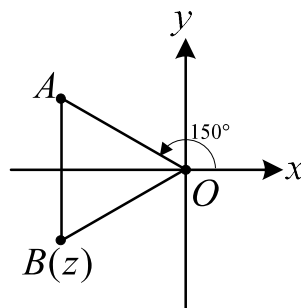
3. 試求複數 $(\sin 10^\circ + i \cos 10^\circ)^5$ 的主幅角為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 如右圖， $\triangle AOB$ 為邊長 2 的正三角形，其中 B 點

代表的複數為 z ，將 z^4 表為極式 $r(\cos\alpha+i \sin\alpha)$ ，

其中 $r>0$ ， $0^\circ<\alpha<360^\circ$ 。

試求 $(r, \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

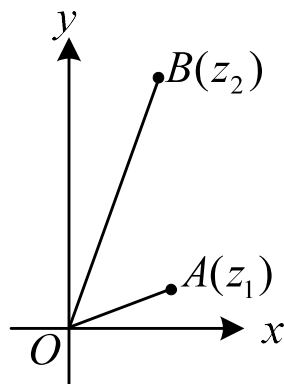


5. 如右圖，已知複數平面上兩點 $A(z_1)$ 、 $B(z_2)$ ，

O 為原點，且滿足 $\overline{OA}=2$ ， $\overline{OB}=5$ ，

$\cos(\angle AOB) = \frac{3}{5}$ ，

試求複數 $\overline{z_1} \cdot z_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



6. 試寫出複數 $2i$ 的 5 次方根為_____。

7. 設 $A(\alpha)$, $B(\beta)$ 為複數平面的二點, 已知 $\alpha = 4\left(\cos\frac{4\pi}{15} + i\sin\frac{4\pi}{15}\right)$,

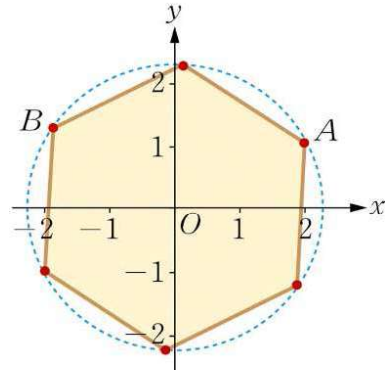
$\beta = 3\left(\cos\frac{14\pi}{15} + i\sin\frac{14\pi}{15}\right)$, 試求 $|\alpha - \beta| =$ _____。

8. 複數平面上圓內接正六邊形的六個頂點,

如右圖所示, 其中圓心為原點 O ,

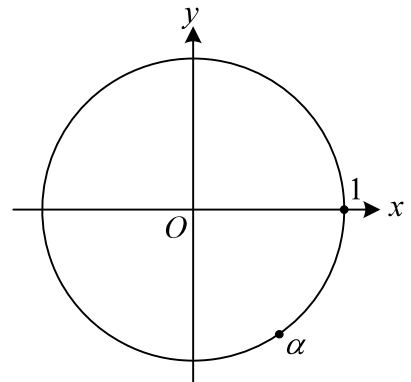
已知 $A(2+i)$ 、 $B(z)$ 。

試求複數 $z =$ _____。



9. 如右圖, 設 $\alpha = \cos(-50^\circ) + i\sin(-50^\circ)$,

$z = 1 - \alpha$, 試求 z 的主幅角為_____。



參、計算題(共 16 分)

如圖, 設點 A_i 所代表的複數為 z_k , 設 $z_0 = 2(\cos 100^\circ + i\sin 100^\circ)$,

且 $z_{k+1} = z_k \cdot \alpha$ ($k=0,1,2,\dots$),

其中 $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4}i$, O 為原點, 試回答下列各問題:

(1) 試將 α 表為極式。(4 分)

(2) 試將 z_{10} 表為極式。(6 分)

(3) 請判別 $\triangle OA_9A_{10}$ 與 $\triangle OA_{10}A_{11}$ 是否為相似三角形?
並說明理由。(6 分)

