

# 105 學年度第一學期第三次定期考高一數學試題

可能會用到的參考數值： $\log 2 \approx 0.3010$     $\log 3 \approx 0.4771$     $\log 7 \approx 0.8451$

## 一、多選題 (總共 4 題，每題 8 分，占 32 分)

說明：每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，各題之選項獨立判定，所有選項均答對者得 8 分；答錯一個選項者得 6 分；答錯二個選項者得 4 分；答錯三個選項者得 1 分；答錯超過三個選項或未作答者以零分計。

1. 請問下列哪些大小關係是正確的？

(A)  $2^{-\sqrt{2}} < 2^{-\sqrt{3}} < 2^{-2}$

(B)  $0.9 < (0.9)^{0.9} < 0.\bar{9}$

(C)  $\log_6 \frac{1}{3} < \log_6 \frac{1}{4} < \log_6 \frac{1}{5}$

(D)  $\log_{0.8} 3 < \log_{0.8} \pi < \log_{0.8} 4$

(E)  $\log_{17} 18 + \log_{17} 20 < 2\log_{17} 19$

2. 假設點  $(a, b)$  為函數  $y = 3^x$  圖形上之一點，請選出下列正確的選項。

(A)  $a < b$

(B)  $(-a, b)$  為函數  $y = (\frac{1}{3})^{-x}$  圖形之上一點

(C)  $(a-5, 9b)$  為函數  $y = 3^{x+7}$  圖形之上一點

(D)  $(\frac{1}{b}, a)$  為函數  $y = \log_3 x^{-1}$  圖形上之一點

(E)  $(b+2, a)$  為函數  $y = \log_3 x - 2$  圖形上之一點

3. 請問下列哪些方程式恰有兩個實數解？

(A)  $x^2 - 2^{-x} = 0$

(B)  $x^2 - 2^{-|x|} = 1$

(C)  $\log_2 |x| - x^2 = 0$

(D)  $\log_{0.5} x + x = 2$

(E)  $|\log_2 x| - x = -1$

4. 假設點  $P(x, y)$  為坐標平面上滿足  $3^x = 2^y$  的任意點，請選出下列正確的選項。

- (A)  $(\log_5 2, \log_5 3)$  為一個可能的 P 點
- (B) 除了原點  $(0, 0)$  以外，P 點之  $x$  坐標與  $y$  坐標皆為無理數
- (C) 所有可能的 P 點構成的圖形不會通過第二、第四象限
- (D) 所有可能的 P 點構成的圖形以  $x$  軸為漸近線
- (E) 所有可能的 P 點構成一條斜率小於 1.5 的直線

## 二、填充題 (總共 12 題，每題 5 分，占 60 分)

說明：各題答案需整理至最簡形式，否則不予計分。

1. 設  $p, q, r$  皆為正數且均不為 1，若  $p^3 = q^5$  且  $q^3 = r^2$ ，則  $\log_p r$  之值為 \_\_\_\_\_。

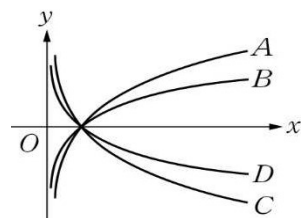
2. 請化簡  $4^{\log_2 7} + 2 \log_2 3 + \log_4 \frac{1}{25} + (\log_2 7)(\log_7 5 - \log_7 3^2)$  之值為 \_\_\_\_\_。

3. 若實數  $x$  滿足不等式  $(3^x - \frac{1}{9})(4^x - 16)(7^x + 7^{-x} - 2) \geq 0$ ，則  $x$  的範圍為 \_\_\_\_\_。

4. 函數圖形  $y = 2^x$ 、 $y = 3^x$ ，分別與直線  $y = 6$  交於

$A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$  點，則

$\frac{y_1}{x_1} + \frac{y_2}{x_2}$  之值為 \_\_\_\_\_。



5. 如右圖所示， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  分別代表

$y = \log_a x$ 、 $y = \log_b x$ 、 $y = \log_c x$ 、 $y = \log_d x$

之圖形，其中  $A$  和  $C$ 、 $B$  和  $D$  分別對稱於  $x$  軸，

則  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的大小關係為\_\_\_\_\_。

6. 若  $\log_{2017}(2 - \log_x 9)$  有意義，則實數  $x$  的範圍為 \_\_\_\_\_。

7. 若  $\alpha$ 、 $\beta$  為對數方程式  $x = \log(2^{x+1} + 5^{x+1} - 10)$  之兩實根，則  $\alpha \times \beta$  之值為\_\_\_\_\_。

8. 設  $f(x) = x^{2-\log x}$ ，若在  $x = m$  時， $f(x)$  有最大值  $M$ ，則數對  $(m, M) =$  \_\_\_\_\_。

9. 若 $10^s = 123$ 、 $10^t = 0.00124$ ，請利用「線性內插法」以 $s$ 與 $t$ 表示 $\log 1.234$ 的近似值為\_\_\_\_\_。
10. 將 $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$ 全部乘開後為\_\_\_\_\_位數字。
11. 將 $(\frac{6}{7})^{100}$ 表示為小數後，小數點後第 $n$ 位開始出現不為0的數字 $k$ ，則數對 $(n, k) =$ \_\_\_\_\_。
12. 小智從濃度4%的食鹽水100克中倒掉10克，再加入10克的水混合，然後再由其中倒掉10克食鹽水後，再加入10克的水混合，如此一直反覆操作。試問若要使食鹽水的濃度稀釋至2%以下，至少需要\_\_\_\_\_次。

### 三、計算題 (總共 1 題，占 8 分)

說明：請寫出完整的演算過程，否則將予扣分甚至零分。

1. 小新在銀行存入1萬元，若以年利率2%複利計算，每年一期，請參考以下對數表，計算經過10年之後小新可以領回的本利和有多少錢？(請四捨五入計算至個位數)

常用對數表 $y = \log x$										
$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732