

105 學年度第一學期第一次定期考高一數學試題

一、多重選擇題

(每題全對得 6 分，只錯一個選項得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，未作答或錯超過 2 個選項者得 0 分，共計 30 分)

1. 已知 a 、 b 均為實數，下列各選項哪些是正確的？

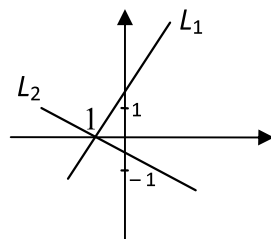
- (A) 若 $a + b\sqrt{3} = 0$ ，則 $a = b = 0$ 。
- (B) 若 ab 及 $\frac{b}{a}$ 均為無理數，則 a 、 b 至少有一為無理數。
- (C) 可以找到兩個無理數 a 、 b ，使得 $\frac{a}{b}$ 為無理數，且 ab 為有理數。
- (D) 若 a^3 及 a^7 均為有理數，則 a 必為有理數。
- (E) 若 $a + b$ 為有理數，且 $a - b$ 為無理數，則 $a^2 - b^2$ 必為無理數。

2. 已知 x 為實數，請選出正確的選項。

- (A) 若 $2|x - \sqrt{3}| = 3|x + 1|$ ，則 $x = \frac{2 \times \sqrt{3} + 3 \times (-1)}{5}$
- (B) 若 $|x - 3| = |x + 3|$ ，則 x 之值為 0
- (C) 若 $x = \frac{2 \times \sqrt{3} + 3 \times (-1)}{5}$ ，則 $2|x - \sqrt{3}| = 3|x + 1|$
- (D) 若 $-1 < a < 0$ ，則不等式 $|x - a| < |x| + |x + 1|$ 恆成立
- (E) 若 $a > 1$ ，則方程式 $|x| + |x + 1| = a$ 之解恰有兩個。

3. 已知兩直線 $L_1: y = a_1x + b_1$ 、 $L_2: y = a_2x + b_2$ 圖形如右圖，且兩直線交點 A 在 x 軸上，請選出正確的選項。

- (A) $a_1 > 0$ (B) $a_1 + a_2 < 0$ (C) $a_1 + b_1 > 0$
- (D) $a_2 \cdot b_2 < 0$ (E) $a_1b_2 = a_2b_1$



4. 已知 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 為二次函數，滿足 $f(4) > 0$ ， $f(6) < 0$ ，且任意實數 t 均滿足 $f(3+t) = f(5-t)$ ，則下列敘述哪些正確？

(A) $a < 0$ (B) $c > 0$ (C) $b + 8a = 0$ (D) $b^2 - 4ac > 0$ (E) $4a + 2b + c < 0$

5. 下列各選項哪些為偶函數？

(A) $f_1(x) = |x+2| + |x| + |x-2|$ (B) $f_2(x) = x^2 + 2$ (C) $f_3(x) = (x-1)^2$

(D) $f_4(x) = x^4 + x^3$ (E) $f_5(x) = |x-1| - |x+1|$

二、填充題 (每格 6 分，共計 48 分)

1. 已知 n 為正整數，且 $\frac{20-n}{n}$ 可表為正整數或正有限小數，則可能的 n 值有_____個。

2. 若 $a = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ ， $b = \sqrt{9-4\sqrt{5}}$ ， $c = \sqrt{10}-3$ ，則 a 、 b 、 c 三數的大小關係為_____。

3. 已知 x 為實數，則符合不等式 $|x-2| + 2x - 3 < 0$ 之 x 的範圍為_____。

4. 已知 a 為一定值，且不等式 $\left|x - \frac{5}{2}\right| < a$ 的整數解 x 有 6 個，則實數 a 的最大可能值為_____。

5. 已知二次函數 $y = x^2 + 3x - 1$ 的圖形恆在直線 $y = x + k$ 的圖形上方，則實數 k 的範圍為_____。

6. 已知 $f(x) = ax^3$ ，其中 a 為實數，若將函數 $f(x)$ 的圖形向右平移 h 個單位，向上平移 k 個單位，可得到函數 $g(x) = -x^3 + 6x^2 - 12x + 11$ 的圖形，則數對 $(h, k) =$ _____。

7. 已知 $p(x)$ 為一個三次多項式，且 $p(0) = -1$ ， $p(2) = 6$ ， $p(-2) = 8$ ，
則 $p(1) + p(-1)$ 之值為_____。

8. 已知直角三角形 ABC 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\overline{CA} = 5$ ， $\overline{CB} = 4$ ， P 為 \overline{AB} 上的一
點。若 P 至 \overline{CA} 、 \overline{CB} 之距離分別為 d_1 、 d_2 ，則 $d_1 \times d_2$ 的最大值為_____。

三、計算題(第一題 10 分，每小題 5 分；第 2 題 12 分，每小題 6 分，共計 22 分)

1. 已知多項式

$$f(x) = x^4 - 6x^3 + 22x^2 - 49x + 43 = a(x-2)^4 + b(x-2)^3 + c(x-2)^2 + d(x-2) + e$$

(1) a 、 b 、 c 、 d 、 e 之值分別為何？

(2) $f(0.98)$ 之值為何？(四捨五入至小數點後第三位)

2. 已知函數 $f(x) = |x+2| - 2|x-1| + 3|x-2|$ ，其中 x 為任意實數，

(1) 請在坐標平面上畫出函數 $f(x)$ 之圖形。

(2) 若直線 $y = k$ 與函數 $f(x)$ 的圖形恰有兩個交點，則 k 之範圍為何？

