

104 學年度第一學期第三次定期考高二數學試題(自)

第壹部分：選擇題 (佔 60 分)

一、單選題 (佔 20 分) 說明：第 1 至 4 題為單一選擇題，每題答對得 5 分。

1. 設 $\vec{a} = (-4, -2)$ ， $\vec{b} = (3, 2)$ ，試求以 $3\vec{a}$ ， $\vec{a} - \vec{b}$ 為兩鄰邊的平行四邊形之面積值為何？

- (1) 4 (2) 6 (3) 8 (4) 16 (5) 32

2. 已知 a, b 為整數且行列式 $\begin{vmatrix} 6 & a \\ b & 7 \end{vmatrix} = 5$ ，則絕對值 $|a+b|$ 為何？

- (1) 19 (2) 31 (3) 38 (4) 39 (5) 條件不足，無法確定

3. 已知 $|\vec{a}| = 5$ ， $|\vec{b}| = 4$ ， $|\vec{c}| = 2$ ，且 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ，試求 $|3\vec{a} + 4\vec{b} + 5\vec{c}|$ 的值為何？

- (1) 0 (2) $\sqrt{40}$ (3) $\sqrt{42}$ (4) 9 (5) 10

4. 設 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$ ，若 \vec{a} 與 \vec{b} 之夾角為 60° ，則 $(\vec{a} + \vec{b})$ 與 $(\vec{b} - 2\vec{a})$ 之夾角為何？

- (1) 30° (2) 60° (3) 105° (4) 120° (5) 135°

二、多選題 (佔 40 分) 說明：第 5 至 9 題，每題至少有一個選項是正確

的。每題全部答對得 8 分，未答者不給分。只錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 4 分，錯三個選項得 2 分，錯四個或四個選項以上不給分

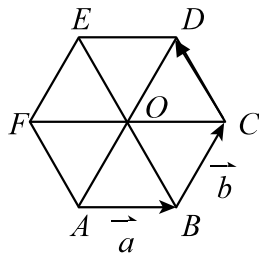
5. 下列哪些選項可以推導出 A, B, C 三相異點共線？

(1) $\frac{1}{3}\overrightarrow{PA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{PB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{0}$ (2) $\overrightarrow{PA} = 4\overrightarrow{PB} - 3\overrightarrow{PC}$

(3) $\overrightarrow{OA} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{OB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{OC}$ (4) $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC}$ (5) $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{BP}$

6. 如下圖所示在邊長為 1 的正六邊形 $ABCDEF$ 中， $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，

$\overrightarrow{CD} = \vec{c}$ 。請選出正確的選項。



(1) $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = 2$ (2) $|\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}| = 2$ (3) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = 3$ (4) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$

(5) 以此正六邊形的頂點為始點或終點時，共可決定 18 個相異的非零向量

7. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 為平面上三個非零的相異向量。請選出正確的選項。

(1) 若 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$ ，則 $\vec{b} = \vec{c}$

(2) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ ，則 $\vec{b} = \vec{c}$

(3) $|\vec{a} + \vec{b}| \cdot |\vec{a} - \vec{b}| = |(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})|$

(4) $(\vec{b} \cdot \vec{c})\vec{a} - (\vec{c} \cdot \vec{a})\vec{b}$ 必與 \vec{c} 垂直

(5) 若 \vec{a} 在 \vec{c} 上的正射影與 \vec{b} 在 \vec{c} 上的正射影向量相等，則 $(\vec{a} - \vec{b})$

與 \vec{c} 平行

8. 已知平面上兩直線 L_1, L_2 ， L_1 參數方程式為 $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$ ， $t \in R$ 且 L_2 參數方程

式為 $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$ ， $t \in R$ 。請選出正確的選項。

(1) 直線 L_1 的一般式為 $2x + y + 3 = 0$

(2) 原點 $(0, 0)$ 到直線 L_2 的距離為 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) 直線 L_1 和直線 L_2 的交點為 $(-1, -1)$

(4) 若直線 L_1 和直線 L_2 的交角為 θ ，則 $\sin \theta = \frac{4}{5}$

(5) 直線 L_1 和直線 L_2 所夾鈍夾角的交角平分線方程式為 $x - y = 0$

9. 設 P, A, B, C 為坐標平面上相異四點，且 A, B, C 三點不共線。請選出正確的選項。

(1) 若 P 在 $\triangle ABC$ 之內部，且滿足 $\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = \vec{0}$ ，

則 P 為 $\triangle ABC$ 之重心

(2) 若 $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = \vec{PB} \cdot \vec{PC} = \vec{PC} \cdot \vec{PA}$ ，則 P 為 $\triangle ABC$ 之垂心

(3) 若 $\vec{PA} \cdot \vec{AB} = \vec{PA} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \cdot \vec{AC}$ ，則 P 為 $\triangle ABC$ 之內心

(4) 若在 $\triangle ABC$ 中 $\overline{BC} = a$ 、 $\overline{CA} = b$ 、 $\overline{AB} = c$ ，且滿足

$a\vec{PA} + b\vec{PB} + c\vec{PC} = \vec{0}$ ，則 P 為 $\triangle ABC$ 之外心

(5) 若 $x\vec{PA} + y\vec{PB} + z\vec{PC} = \vec{0}$ 其中 x, y, z 皆為正數，則

$$\vec{AP} = \frac{y}{x+y+z} \vec{AC} + \frac{z}{x+y+z} \vec{AB}$$

第貳部份：填充題 (佔 30 分) 說明：每題答對得 6 分。

1. 已知 $\vec{a} = (0, -2)$ 與 $\vec{b} = (2, x)$ 且 \vec{a} 與 \vec{b} 之夾角為 135° ，則 x 之值為_____。
2. 格子點”是指在坐標平面上，其 x, y 坐標均為整數的點，試問在 $A(3, -50)$ ， $B(51, 34)$ 兩點所形成的線段中有_____ 個格子點(其中包括線段的兩個端點)。
3. 坐標平面上的點 (x, y) ，滿足 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 16$ ，則 $3x - 4y + 5$ 的最大值為_____。
4. 設 $\vec{a} = (3, 4)$ ， $\vec{b} = (1, -2)$ ，將 \vec{a} 分解為和 \vec{b} 平行與垂直的兩個向量 \vec{v}_1, \vec{v}_2 。若 \vec{e}_1 與 \vec{e}_2 分別為 \vec{v}_1, \vec{v}_2 同方向的單位向量且 $\vec{a} = a_1 \vec{e}_1 + a_2 \vec{e}_2$ ，則實數 $a_1 + a_2$ 之值為_____。
5. 在坐標平面上，已知 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 為三個非零的相異向量，其中 $|\vec{a}| = 4$ ， $|\vec{b}| = 6$ ， \vec{a} 在 \vec{b} 上的正射影長度為 1，若 $(\vec{c} - \vec{a}) \cdot (\vec{c} - \vec{b}) = 0$ ，則 $|\vec{c}|$ 的最大可能值為_____。

第參部份：計算題 (佔 10 分)

某平行四邊形的對角線長分別為 6 與 $4\sqrt{2}$ ，已知平行四邊形的邊長皆為正整數，求其周長與面積各為何？