104學年度第一學期第三次定期考高二數學試題(社)

第壹部分：選擇題 (佔 60 分)

一、單選題（佔 20 分）說明：第 1 至 4 題為單一選擇題，每題答對得 5 分。

1. 向量 $(3,-1)$ 與下列哪一個向量之夾角（介於 $0°$ 與 $180°$ 之間）為最大？

   (1) $(-1,-\sqrt{2})$　(2) $(-\sqrt{2},1)$　(3) $(-1,\sqrt{2})$　(4) $(1,\sqrt{2})$　(5) $(\sqrt{2},1)$

2. 設 $\overrightarrow{a}=(1,2)$，$\overrightarrow{b}=(3,-2)$，試求以，$3\overrightarrow{a}$，$2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$ 為兩鄰邊的平行四邊形面積值為何？

   (1) 4　(2) 8　(3) 12　(4) 16　(5) 24

3. 已知 $|\overrightarrow{a}|=5$，$|\overrightarrow{b}|=4$，$|\overrightarrow{c}|=2$，且 $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{0}$，試求 $|3\overrightarrow{a}+4\overrightarrow{b}+5\overrightarrow{c}|$ 的值為何?

   (1) 0　(2) $\sqrt{40}$　(3) $\sqrt{42}$　(4) 9　(5) 10

4. 設 $|\overrightarrow{a}|=|\overrightarrow{b}|=2$，若 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 之夾角為 $60°$，則 $(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})$ 與 $(\overrightarrow{b}-2\overrightarrow{a})$ 之夾角為何?

   (1) $30°$　(2) $60°$　(3) $105°$　(4) $120°$　(5) $135°$

二、多選題（佔 40 分）說明：第 5 至 9 題，<u>每題至少有一個選項是正確的</u>。每題全部答對得 8 分，未答者不給分。只錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 4 分，錯三個選項得 2 分，錯四個或四個選項以上不給分

5. 下列哪些選項可以推導出平面上 A,B,C 三點共線？

   (1) $\frac{1}{3}\overrightarrow{PA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{PB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{0}$　(2) $\overrightarrow{PA}=4\overrightarrow{PB}-3\overrightarrow{PC}$

(3) $\overrightarrow{OA}=-\frac{2}{5}\overrightarrow{OB}+\frac{3}{5}\overrightarrow{OC}$ (4) $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}$ (5) $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{BP}$

6. 已知$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=5$，請選出正確的選項。

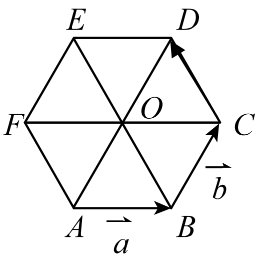
(1) $\begin{vmatrix} 3a & 3b \\ 3c & 3d \end{vmatrix}=3\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=15$ (2) $\begin{vmatrix} 5a-7b & 3b \\ 5c-7d & 3d \end{vmatrix}=75$ (3) $\begin{vmatrix} a-2b & b+5a \\ c-2d & d+5c \end{vmatrix}=45$

(4) $\begin{vmatrix} a+1 & b+2 \\ c+4 & d+3 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}=5+(-5)=0$

(5) $\begin{vmatrix} 2013 & 2010 \\ 2018 & 2015 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 3b & 3a \\ d & c \end{vmatrix}=0$

7. 如下圖所示在邊長為 1 的正六邊形 $ABCDEF$ 中，$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{b}$，

$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{c}$。請選出正確的選項。



(1) $|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}|=2$ (2) $|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}-\overrightarrow{c}|=2$ (3) $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AE}=3$ (4) $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}$

(5) 以此正六邊形的頂點為始點或終點時，共可決定 12 個相異的非零向量

8. $\overrightarrow{a},\overrightarrow{b},\overrightarrow{c}$ 為平面上三個非零的相異向量。請選出正確的選項。

(1)若 $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{a}+\overrightarrow{c}$，則 $\overrightarrow{b}=\overrightarrow{c}$

(2)若 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}$，則 $\overrightarrow{b}=\overrightarrow{c}$

(3) $|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|\cdot|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|=|(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})\cdot(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})|$

(4) $(\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c})\overrightarrow{a}-(\overrightarrow{c}\cdot\overrightarrow{a})\overrightarrow{b}$ 必與 $\overrightarrow{c}$ 垂直

(5)若 $\overrightarrow{a}$ 在 $\overrightarrow{c}$ 上的正射影與 $\overrightarrow{b}$ 在 $\overrightarrow{c}$ 上的正射影向量相等，則 $(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})$

與 $\overrightarrow{c}$ 平行

9. 已知平面上兩直線 L_1, L_2，L_1 參數方程式為 $\begin{cases} x=-2+t \\ y=1-2t \end{cases}$，$t\in R$ 且 L_2 參數方程式為 $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-3+t \end{cases}$，$t\in R$。請選出正確的選項。

(1) 直線 L_1 的一般式為 $2x+y+3=0$

(2) 原點 $(0,0)$ 到直線 L_2 的距離為 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(3) 直線 L_1 和直線 L_2 的交點為 $(-1,-1)$

(4) 若直線 L_1 和直線 L_2 的交角為 θ，則 $\sin\theta=\dfrac{4}{5}$

(5) 直線 L_1 和直線 L_2 所夾鈍夾角的交角平分線方程式為 $x-y=0$

第貳部份 ：填充題（佔 30 分）說明：每題答對得 6 分。

1. 設方程式 $\begin{cases} x=2-t \\ y=3+2t \end{cases}, -1\le t\le 2$，的圖形表一線段 $\overline{AB}$，若直線 $2x-y+k=0$ 與 $\overline{AB}$ 相交，則 k 值的範圍為________。

2. 坐標平面上的點 (x,y)，滿足 $(x+2)^2+(y-1)^2=16$，則 $3x-4y+5$ 的最大值為________________。

3. 已知 $\overrightarrow{a}=(0,-2)$ 與 $\overrightarrow{b}=(2,x)$ 且 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 之夾角為 $135°$，

則 x 之值為________________。

4. 設 $\overrightarrow{a}=(3,4)$，$\overrightarrow{b}=(1,-2)$，將 $\overrightarrow{a}$ 分解為和 $\overrightarrow{b}$ 平行與垂直的兩個向量

$\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}$。若 $\overrightarrow{e_1}$ 與 $\overrightarrow{e_2}$ 分別為 $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}$ 同方向的單位向量且 $\overrightarrow{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2}$，則實數 $a_1 + a_2$ 之值為________________。

5. ΔABC 中，已知 $\overrightarrow{AB} = (3,4)$， $\overrightarrow{AC} = (3x, -4x)$，周長為 12，則 x 之值可能為________________。

第叁部份：計算題 (佔 10 分)

以 O 為原點的直角坐標平面上，區域 D 由不等式組 $\begin{cases} 4x - y \le 7 \\ 3x - 4y + 11 \ge 0 \\ x + 3y \ge 5 \end{cases}$ 所決定。若 $M(x, y)$ 為 D 上的動點，點 A 的坐標為(5, 4)，試在坐標平面上畫出區域 D 並求出 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OA}$ 的最小值。