104 學年度第一學期第三次定期考高三數甲試題

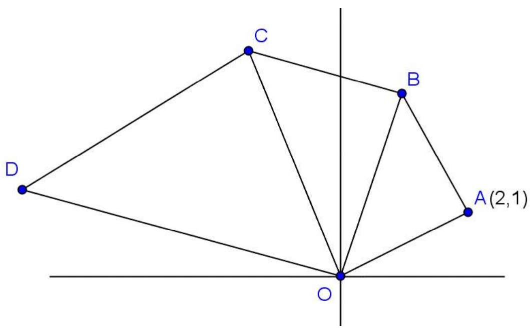
一、填充題 ：84 分（每格 7 分）

1. 設$\omega=\cos\dfrac{2\pi}{9}+i\sin\dfrac{2\pi}{9}$為$x^9=1$之一複數根，則$|\omega^2+3|$、$|\omega^4+3|$、$|\omega^5+3|$、$|\omega^6+3|$、$|\omega^8+3|$五數中最大者為__________.

2. 試計算$\dfrac{(-\cos 13°+i\cos 77°)\cdot(\cos 137°+i\sin 763°)}{(\cos 317°+i\sin 223°)\cdot(\sin 103°+i\sin 193°)}$之值為__________.

3. 設 α、β、γ 為一三角形之三內角，則 $(\sin\alpha+i\cos\alpha)(\sin\beta+i\cos\beta)(\sin\gamma+i\cos\gamma)$之值為__________.

4. 在直角坐標平面上如圖 $O(0,0)$, $A(2,1)$,已知$\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCD$ 均為等腰直角三角形,且 $\angle OAB=\angle OBC=\angle OCD=90°$,試求 D 點的坐標為__________.



5. 設 z 為複數,且$z+\dfrac{1}{z}=\sqrt{3}$，則$z^{2015}+\dfrac{1}{z^{2015}}$之值為__________.

6. 設$\dfrac{1+i\cot\frac{\pi}{12}}{1-i\cot\frac{\pi}{12}}=a+bi$，$a$，$b$ 為實數，求數對(a,b)=__________.

7. 設 O 表原點，$A(\alpha)$，$B(\beta)$ 為複數平面上之兩點，且 $\alpha=2\left(\cos\dfrac{\pi}{5}+i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$，$\beta=3\left(\cos\dfrac{8\pi}{15}+i\sin\dfrac{8\pi}{15}\right)$，則$\triangle OAB$ 的面積為__________.

8. 設 z 為複數，若$\sqrt{2}|z-2|=|z+1|$，且$\dfrac{z+1}{z-2}$的主幅角為$\dfrac{\pi}{4}$，求 z=__________.

9. 求以 $x^6+x^4+x^2+1=0$ 之根為頂點的多邊形之面積為＿＿＿＿＿.

10. 設 $z=1+\cos 280°+i\sin 280°$，則:

(1) z 的主輻角為＿＿＿＿＿度.

(2) z 的絕對值為＿＿＿＿＿.

11. 方程式 $x^5=1$ 的 5 個根在複數平面上依序對應到 A，B，C，D，E 五點，試求 $\overline{AB}\times\overline{AC}\times\overline{AD}\times\overline{AE}$ 的值=＿＿＿＿＿.

二、計算題：16 分

1. 設 $\omega=\cos\frac{2\pi}{5}+i\sin\frac{2\pi}{5}$ 則

(1) 計算 $\frac{1}{1-\omega}+\frac{1}{1-\omega^2}+\frac{1}{1-\omega^3}+\frac{1}{1-\omega^4}$ 之值=?(5 分)

(2) 計算 $(1+\omega)(1+\omega^2)(1+\omega^3)(1+\omega^4)$=? (5 分)

(3) 計算 $\sin\frac{2\pi}{5}+\sin\frac{4\pi}{5}+\sin\frac{6\pi}{5}+\sin\frac{8\pi}{5}$=?(6 分)