

104 學年度第一學期第三次定期考高三數乙試題

一、單選題 (每題恰有一正確答案，每題 7 分)

1. 方程式 $\frac{x}{5} = \sin(\pi x)$ 之實數解個數為 (A) 11 個 (B) 13 個 (C) 15 個 (D) 17 個
2. 設 $a > 0$ ，令 $A(a)$ 表示 x 軸、 y 軸、直線 $x = a$ 與函數 $y = 1 + \sin x$ 的圖形所圍成的面積，若 $A(4\pi) = kA(2\pi)$ ，則正數 k 之值為 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
3. 下列各三角函數值，何者最小？(A) $\cos 1$ (B) $\cos 2$ (C) $\cos 3$ (D) $\cos 4$
4. 函數 $f(x) = 1 + 2 \sin 3x$ 的圖形，與水平線 $y = -\frac{1}{2}$ 在第四象限內的交點，將這些交點依 x 坐標的值由小而大排列依次為 $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$ 則線段 $\overline{A_2 A_4}$ 之長為 (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) π (D) 2π

二、多選題 (每題至少有一正確答案，每題全對得 10 分，對 4 選項得 6 分，對 3 選項得 2 分，其餘得 0 分)

1. 設 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{3}{4}$ ，則下列選項何者恆為真？
(A) $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + 2 \sin \theta \cdot \cos \theta$ (B) $\sin \theta \cdot \cos \theta = -\frac{7}{16}$
(C) $\sin \theta \cdot \cos \theta = -\frac{7}{32}$ (D) $\tan \theta + \cot \theta = -\frac{16}{7}$
(E) $\tan \theta + \cot \theta = -\frac{32}{7}$
2. 設 $\tan \theta = \frac{3}{4}$ ，且 θ 是第三象限內的角，則下列選項何者恆為真？
(A) $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ (B) $\cos(\pi - \theta) = \frac{4}{5}$ (C) $\cot(\pi - \theta) = \frac{4}{3}$
(D) $\sec(\pi + \theta) = -\frac{5}{4}$ (E) $\csc(\frac{\pi}{2} + \theta) = \frac{5}{3}$

3. 若將函數 $y = \sin x$ 的圖形以 y 軸為基準線，水平方向伸縮為 $\frac{1}{2}$ 倍，所得新圖形的函數為 $y = f(x)$ ，再將函數 $y = f(x)$ 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 單位，所得新圖形的函數為 $y = g(x)$ ，則下列選項何者恆為真？

(A) $f(x) = \sin \frac{1}{2}x$ (B) $f(x) = \sin 2x$ (C) $g(x) = \sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6})$

(D) $g(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ (E) $g(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$

4. 下列函數的週期為 π 的有哪些？

(A) $y = \cos|x|$ (B) $y = \sin(2x + 1)$ (C) $y = \tan x$ (D) $y = |\csc x|$

(E) $y = |\sin x| + |\cos x|$

三、填充題：(每題 8 分)

1. 化簡 $\sin \frac{2}{3}\pi \cdot \tan \frac{5}{6}\pi + \cos 3\pi \cdot \csc \frac{7}{6}\pi + \cot \frac{5}{4}\pi \cdot \sec \frac{5}{3}\pi$ 得其值為_____。

2. 設 x 為實數，則函數 $f(x) = 2\sin^2 x - \cos x$ 有最大值為_____。

3. 設 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，則 $y = 2\cos^2 x$ 和 $y = 1 + \sin x$ 兩圖形所有交點的 x 坐標總和為_____。

4. 設 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，若 $2\sin^2 x + 3\cos x \leq 0$ ，則 x 值之範圍為_____。