104 學年度第一學期第二次定期考高一數學試題

第壹部分：選擇題(佔 34 分)

一、單選題（18 分）

說明：第 1 至 3 題為單一選擇題，每題答對得 6 分，答錯不倒扣。

1. 對任意實數x而言，$125^{\left(3x^2-4x+2\right)}$的最小值為？

   (A) 1　(B) 5　(C) $5\sqrt{5}$　(D) 25　(E) $25\sqrt{5}$

2. 設$f\left(x\right)$為一實係數三次多項式且最高次項的係數為1，已知$f\left(1\right)=2$，$f\left(2\right)=4$，$f\left(7\right)=14$，若$f\left(x\right)=0$的最大根介於n與$n+1$之間，n為自然數，則n的值為下列哪一個選項？ (A)5　(B)6　(C)7　(D)8　(E)9。

3. 設a、b、c為相異三實數，且

   $$f\left(x\right)=\frac{\left(x-a\right)\left(x-b\right)\left(2x+5\right)}{\left(c-a\right)\left(c-b\right)}+\frac{\left(x-a\right)\left(x-c\right)\left(2x+5\right)}{\left(b-a\right)\left(b-c\right)}+\frac{\left(x-b\right)\left(x-c\right)\left(2x+5\right)}{\left(a-b\right)\left(a-c\right)}-x^3$$

   ，則$f\left(x\right)$除以$x+2$的餘式為下列哪一個選項？

   (A)-6　(B)-7　(C)-8　(D)9　(E)12。

二、多重選擇題（16 分）

說明：第 4 至 5 題，每題至少有一個選項是正確的。每題全部答對得 8 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個以上選項不給分。

4. 三次實係數多項式$f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+1$，$a\neq 0$，

   則下列敘述何者正確？

   (A) $f\left(x\right)=0$至少有一實根

   (B) $f\left(x\right)=0$至少有一虛根

(C)若 $f(2)=0$，則 a 、 b 、 c 可能都為整數

(D)若 $f(-4)<0$ ， $f(4)<0$ ，則 $f(x)=0$ 必有三個實根

(E)若 $f(2i+1)=0$ ，則 $f(2i-1)=0$ 。

5. 設 $f(x)=2x^3-7x^2+6x+5$ ，若 $f(x)=0$ 有三個根為 x_1 、 x_2 、 x_3 ，其中 $x_1<0$ ，請選出正確選項。

(A) $y=x^2+(x_2+x_3)x+x_2x_3$ 的函數圖形與 x 軸交於兩點

(B) $(x_2-1)^{96}=(x_3-1)^{96}$

(C) $x^2+(x_2+x_3)x+x_2x_3$ 為 $f(x)$ 的因式

(D) 函數 $y=f(x)-2x^3-6x$ 的圖形對稱於 y 軸

(E) 若 $f(x)=a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$ ，則 $a-2b+3c-4d=58x_1$

第貳部份：填充題 (佔 66 分)

說明：第 1 至 11 格每格答對得 6 分，答錯不倒扣。

1. 設 a ， b 均為實數， 若 $\dfrac{1}{4+2i}+\dfrac{1}{a+bi}=\dfrac{2}{5}$ ，

則數對 (a,b) 為__①__。(全對才給分)

2 不等式. $(x-1)(x-2)^3(x-3)^6(x^2+x+1)<0$ 的解為__②__。

3. 一實係數三次方程式 $f(x)=x^3-7x^2+px+q=0$ 有二根 $a-i$ 及 $3+bi$ ， $a,b\in R$ ， $ab\neq 0$ ，求數對 $(p,q)=$ __③__。

4. 方程式 $x^2+5x+k=0$ 的兩個實根為 α 、 β ，且滿足 $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=3i$ ，

其中$i=\sqrt{-1}$，則實數k的值為 ④ 。

5. 設$\omega=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$，$i=\sqrt{-1}$，若$2\omega^3+a\omega^2+4\omega+5=-4+b\omega$，$a$、$b$為實數，則數對$(a,b)$為 ⑤ 。(全對才給分)

6. 複係數方程式$x^2+3-4i=0$之解為$x=$ ⑥ 。(有二解，全對才給分)

7. 已知實係數二次多項式$f(x)$的二次項係數為a，且不等式$f(x)>-2x$的解為$1<x<3$。若方程式 $f(x)+6a=0$有兩相等實根，

則$a=$ ⑦ 。（請化為最簡分數，否則算錯）

8. 仿照直角座標，高斯對複數$p+qi$，p、q為實數定義了一個新的平面，以實部為平面上的x軸，虛部為平面上的y軸，$p+qi$則對應到平面上(p,q)的位置。已知實係數多項方程式$x^3-4x^2+bx+c=0$的三根在複數平面上與原點構成一個正方形，則數對$(b,c)=$ ⑧ 。(全對才給分)

9. 試問：$2(\dfrac{-3+\sqrt{11}i}{2})^4+7(\dfrac{-3+\sqrt{11}i}{2})^3+14(\dfrac{-3+\sqrt{11}i}{2})^2+10(\dfrac{-3+\sqrt{11}i}{2})+6$之值為 ⑨ 。

10. 若實數a使得方程式$7^x-\dfrac{6a+4}{7^x}=3a$有實根，

則a的範圍是 ⑩ 。

11. 設正數a、b均不是 1， x、y均為非 0 實數，且$a^{3x}=b^{4y}=(ab)^{\frac{1}{5}}$，

則$\dfrac{xy}{3x+4y}$之值為 ⑪ 。