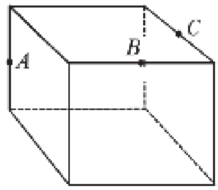
103 學年度第二學期高二第一次定期考試試題（自）

一、單選題(每題 5 分)　20%

1. 設 x, y, z 皆為實數,則 $\dfrac{2x+2y+z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ 的最小值為

(A)-1　(B)-3　(C)-4　(D)3　(E)4.

2. 如圖, A, B, C 分別為正立方體三稜的中點, 問通過 A, B, C 三點的平面與此正立方體截痕的形狀為



(A)三角形　(B)四邊形　(C)五邊形

(D)六邊形　(E)八邊形.

3. 空間中三點 $A(2, -1, 1), B(-1, 2, 0), C(1, 1, 2)$, 則點 B 到直線 AC 的距離為

(A)$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　(B)$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　(C)$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$　(D)$\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$　(E)$\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$.

4. 設 a，b，c 為三角形的三邊長，且 $\begin{vmatrix} a & b+c & a^2 \\ b & c+a & b^2 \\ c & a+b & c^2 \end{vmatrix}=0$，則此三角形之形狀為

(A)正三角形　(B)等腰三角形　(C)直角三角形

(D)等腰直角三角形　(E) 條件不足，無法確定.

二、多選題 (每題 8 分,錯一個選項得 5 分,錯兩個選項得 2 分,錯三個或三個以上得 0 分) 32%

1. 關於空間中相異兩平面 E, F, 下列哪些敘述是正確的？

(A)E 與 F 可能只交於一點.

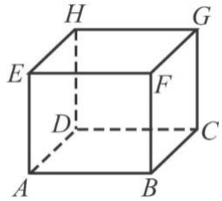
(B)E 與 F 若不平行, 則其相交部分的圖形為一直線.

(C)若 E 上任意直線與 F 上任意直線都不相交, 則 E 與 F 必相互平行.

(D)不可能有相異兩直線 L_1 與 L_2 同時在 E 與 F 上.

(E)不可能有相異三點 A, B 與 C 同時在 E 與 F 上.

2. 設 $ABCD-EFGH$ 為一正立方體, 下列哪些選項是正確的？



(A) $\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{EG}=0$ (B) $\overrightarrow{ED}\cdot\overrightarrow{EF}=0$ (C) $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{AC}$

(D) $\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{AG}=0$ (E) $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{EC}$.

3. 空間中三向量 $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ 所張出的平行六面體體積為 2015，則下列哪些選項的三個向量所張出的平行六面體體積仍為 2015？

(A) $-\overrightarrow{a}$, $-\overrightarrow{b}$, $-\overrightarrow{c}$ (B) $3\overrightarrow{a}$, $3\overrightarrow{b}$, $3\overrightarrow{c}$ (C) $2\overrightarrow{a}$, $3\overrightarrow{b}$, $\frac{1}{6}\overrightarrow{c}$

(D) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}$, $\overrightarrow{c}+\overrightarrow{a}$ (E) $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{c}$.

4. 設 $A(1,-1,2)$, $B(3,1,3)$, $C(-4,-2,-4)$，則下列哪些選項是正確的？

(A) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=18$

(B) $\overrightarrow{AC}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上之正射影為 $(-4,-4,-2)$

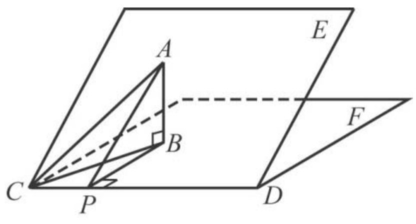
(C)點 C 在直線 AB 上之投影點坐標為 $(-3,-5,0)$

(D)三角形 ABC 的面積為 $3\sqrt{26}$

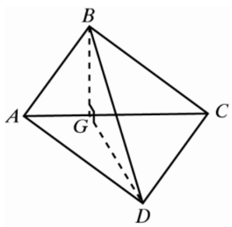
(E)點 C 至直線 AB 的距離為 $\sqrt{26}$.

三、填充(每格 6 分) 48%

1. 如下圖,已知有二半平面 E, F 交於一直線 CD, A 是半平面 E 上一點, 令 A 在半平面 F 的正射影為 B, 已知 $\angle ACB=30°$, 且 E, F 所成的兩面角為 $60°$, 又 $\angle ACD=\theta$, 則 $\cos\theta=$__________.

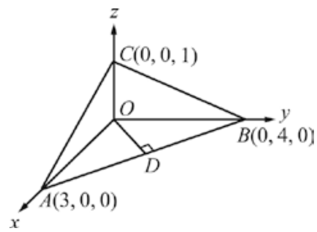


2. 如右圖,一長方形紙片 $ABCD$, $\overline{AB}=15$, $\overline{AD}=20$, 沿著對角線 $\overline{AC}$ 摺起, 使平面 BAC 與平面 DAC 互相垂直, 則此時 B, D 兩點間的距離為__________.



3. 如下圖, 空間直角坐標系中, $A(3, 0, 0)$, $B(0, 4, 0)$, $C(0, 0, 1)$, $\overline{OD} \perp \overline{AB}$ 於 D, 若平面 ABC 與 xy 平面所夾二面角的平面角爲 θ,

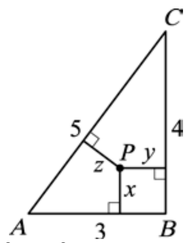
則 $\sin\theta =$ __________.



4. 設 $\overrightarrow{OA} = (2, 1, -3)$，$\overrightarrow{OB} = (1, 0, 3)$，$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + t\,\overrightarrow{OB}$，若 $\overrightarrow{OC}$ 平分 $\angle AOB$, 且 $t > 0$, 則 $t =$ __________.

5. 已知坐標空間中，$A(1,2,1)$, $B(0,6,4)$, $C(3,5,6)$ 三點,向量 $\overrightarrow{v}$ 同時垂直 $\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{AC}$ ，且向量 $\overrightarrow{v}$ 的長度爲 1,求向量 $\overrightarrow{v}$ =_______ 。

6. 如右圖，直角三角形 ABC 的三邊長爲 $\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=4$，$\overline{CA}=5$，若$\triangle ABC$ 內部一點 P 到 $\overline{AB}$ 、$\overline{BC}$ 、$\overline{CA}$ 三邊之距離分別爲 x、y、z，則 $x^2+y^2+z^2$ 的最小值爲_______ 。



7. 已知 a，b，c，x，y，z 皆爲實數，若 $a^2+b^2+c^2=25$，且 $x^2+y^2+z^2=36$，

則 $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix}$ 的最大值爲__________.

8. 四面體 $ABCD$ 中，$\triangle ABC$ 與$\triangle BCD$ 的兩面角爲 $60°$，若四面體內一點 P 到$\triangle ABC$ 與$\triangle BCD$ 的距離分別爲 1 與 2，則點 P 到直線 BC 的距離爲_______ 。