

103 學年度第一學期高一第二次定期考試試題

一、填充題：(87分，答對格數1~10格內每格6分；超過部分11~19格每格3分)

- 把5種不同的酒倒入4個酒杯中，每個杯子只能倒一種酒，而且不能有空杯，
 - 當杯子不同，各杯的酒也不同，則倒法有__ (1) __種；
 - 當杯子相同，各杯的酒不同，則倒法有__ (2) __種
 - 當杯子相同，且各杯的酒可以相同，則倒法有__ (3) __種。
- 有6個相異的球全放入3個不同的箱子中，每個箱子可放入的球數不限。
 - 則所有可能的放法有__ (4) __種；
 - 若每一個箱子都要有球，則放法有__ (5) __種。
- 由1到10的自然數中取三個數
 - 若取出的三個數成等差數列，則取法有__ (6) __種。
 - 若取出的三個數中任兩個整數皆不連續，則取法有__ (7) __種。
 - 若取出的三個數的乘積為偶數，則取法有__ (8) __種。
- 一個三位數，百位數字為 x ，十位數字為 y ，個位數字為 z ，
 - 滿足 $x + y + z = 11$ 的三位數有__ (9) __個。
 - 滿足 $x \geq y \geq z$ 的三位數有__ (10) __個。
- 五位同學抽籤換位置，恰只有一位同學沒有改變自己的座位，換法有__ (11) __種。
- $(1+x^2) + (1+x^2)^2 + (1+x^2)^3 + \cdots + (1+x^2)^{10}$ 展開式中 x^4 項的係數為__ (12) __。
- 將9個人平分成3組，其中甲、乙兩人在不同組的分法有__ (13) __種。

8. $(2x^2 - \frac{1}{x})^6$ 展開式中一般項為 x^3 項的係數為 (14)。
9. 由 1, 2, 3, 4, 5 中可重複選取四個數組成一個四位數，則其中包含奇數個 1 的四位數有 (15) 個。
10. $n \in N$, $1 + \frac{1}{2}C_1^n + (\frac{1}{2})^2 C_2^n + (\frac{1}{2})^3 C_3^n + \dots + (\frac{1}{2})^n C_n^n$ 的整數部分為三位數，則 n 的最小值為 (16)。(已知 $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$)
11. 由甲、乙、丙、丁、戊、己 6 人排成一列，
- (1) 甲、乙不相鄰的排法有 (17) 種。
- (2) 甲、乙不相鄰且丙、丁、戊 3 人也都不相鄰的排法有 (18) 種。
12. 從一塊 5×5 的固定正方形棋盤(每行、每列都有 5 格)上，選取三個方格，使這三個方格中任兩個方格不在同一直行也不在同一橫列，其選取的方法有 (19) 種。

二、演算題: (共 13 分，必須要寫出計算過程。)

1. 任意丟擲兩顆骰子， A 事件表示“兩顆骰子點數乘積為奇數”；事件 B 表示“兩個骰子中至少有一個骰子出現 1 點”，試列出 A 事件及 $A、B$ 的積事件。
(答案均以集合表列法表示，每個各 4 分)
2. 證明：
$$\sum_{k=1}^n kC_k^n = n \cdot 2^{n-1} \quad (5 \text{ 分})$$