

# 103 學年度第一學期第二次定期考試高二數學試題卷

一、多選題：16%(每題 8%，錯一選項扣 3%，錯三選項或三選項以上該題 0%)

1. 若實數  $a, b, c, d$  使得聯立方程組  $\begin{cases} ax+8y=c \\ x-4y=3 \end{cases}$  有解，且聯立方程組

$\begin{cases} -3x+by=d \\ x-4y=3 \end{cases}$  無解，則下列哪些選項一定正確？

(A)  $a \neq -2$                       (B)  $c = -6$                       (C)  $b = 12$

(D)  $d \neq -9$                       (E) 聯立方程組  $\begin{cases} ax+8y=c \\ -3x+by=d \end{cases}$  無解

2. 下列聯立不等式，何者所表示的圖形為一個三角形的內部區域？

(A)  $\begin{cases} x \geq 2 \\ y \geq 3 \\ x-y \geq 0 \end{cases}$                       (B)  $\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x-2y \leq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$                       (C)  $\begin{cases} x \geq 3 \\ y \leq 2 \\ x-y \geq 3 \end{cases}$

(D)  $\begin{cases} x \leq 3 \\ y \geq 2 \\ x-y \leq 3 \end{cases}$                       (E)  $\begin{cases} x \geq 2 \\ y \leq 3 \\ x-y \leq 3 \end{cases}$

二、填充題：70%(自然組每格 5%；社會組本大題只要做 1~10 題每格 7%)

1.  $A(a, 1), B(5, -2), C(-1, 2)$  為平面上三點，若  $ABC$  三點共線，求  $a$  之值為   a  。

2. 求過  $(2, 4)$  又平行  $2x+y-1=0$  之直線方程式   b  。

3. 已知  $A(2, 0), B(-1, 2)$  兩點分別在直線  $L_1: 2x+y-k=0$  之兩側，也分別在直線  $L_2: kx-y+5=0$  之兩側，則  $k$  之範圍為   c  。

4. 有一圓經過  $A(1, 2), B(-3, 4)$  且圓心在直線  $x+y+1=0$  上，則此圓之方程式為   d  。

5. 求點  $A(2, 3)$  對於直線  $2x+y+8=0$  的對稱點坐標為   e  。

6. 過點  $(0, 1), (4, -3)$  之最小圓與  $x$  軸所截線段長為   f  。

7. 已知一個線性規劃問題的可行解區域為四邊形  $ABCD$  及其內部，其中  $A(4, 0), B(8, 10), C(6, 14), D(2, 6)$  為坐標平面上的四個點。若目標函

數  $P(x, y) = ax + by + 32$  ( $a, b$  為實數) 在四邊形  $ABCD$  的邊界上一點  $(5, 12)$  有最小值 18, 則  $(a, b) = \underline{\text{g}}$ 。

8. 已知點  $A(1, 4)$ 、 $B(4, 1)$ , 動點  $P$  滿足  $\overline{PA} = \sqrt{2} \overline{PB}$ , 則動點  $P$  的軌跡方程式為 h。

9.  $f(x)$  為一次函數, 已知  $1 \leq f(1) \leq 2, 3 \leq f(2) \leq 5$ , 則  $f(4)$  的最大值 i。

10.  $\triangle ABC$  為等腰三角形, 其底邊  $\overline{BC}$  在直線  $x + 2y = 0$  上, 頂點  $A(-5, 0)$ , 若一腰平行於直線  $x + 7y + 2 = 0$ , 則另一腰所在的直線方程式為 j。

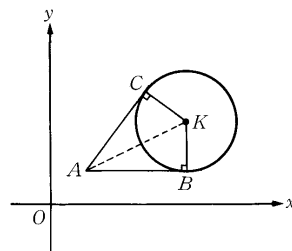
11. 在坐標平面上, 一圓通過點  $(-2, 7)$ , 且與直線  $4x + 3y - 14 = 0$  相切於點  $(-1, 6)$ , 若此圓的方程式為  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ , 則  $(a, b, c) = \underline{\text{k}}$ 。

12. 圓  $C: x^2 + y^2 = r^2$  ( $r > 0$ ) 上, 若恰有兩點到直線  $L: 4x + 3y = 12$  的距離為 1, 則  $r$  的範圍為 l。

13. 自  $A(1, 1)$  作圓  $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 19 = 0$  的二切線, 切點為  $B, C$ ,

(1)  $\triangle ABC$  的外接圓方程式為  $x^2 + y^2 = \underline{\text{m}}$ 。

(2) 若圓心為  $K$ , 則  $\triangle KBC$  的面積為 n。



### 三、計算證明題：14% (第一題 8%，每小題 4%；第二題 6%，每小題 3%)

1. 已知  $P(x, y)$  為聯立不等式  $\begin{cases} 3x + 2y \geq 14 \\ 2x - 3y \geq -8 \\ 5x - y \leq 19 \end{cases}$  所表示圖形區域內之一點, 試

求：(1)  $x^2 + y^2$  的的範圍。(2)  $\frac{x+2}{y+1}$  的範圍。

2. 給定兩點  $A(1, 7)$  和  $B(7, 1)$ , 試在  $x$  軸上找一點  $C$ , 在  $y$  軸上找一點  $D$ , 使得四邊形  $ABCD$  的周長最小, 求四邊形  $ABCD$  的周長及面積。