

$$(1) x+2y=1 \quad (2) x=\frac{1}{4} \quad (3) \overline{BP}=\overline{PD}$$

$$(4) \overline{AF}=\frac{5}{4}\overline{AP} \quad (5) 2\overline{BF}=\overline{FC}$$

4. 設 \vec{a}, \vec{b} 為長度相同且互相垂直的兩向量，其中 $\vec{a}=(\pi, \sqrt{3})$ ，已知 $\sqrt{3} \approx 1.732$ ，試問下列敘述哪些是正確的？

$$(1) \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{0}$$

$$(2) \vec{b} \text{ 為 } (-\sqrt{3}, \pi)$$

$$(3) |\vec{a}+2\vec{b}|=|2\vec{a}-\vec{b}|$$

$$(4) \text{ 設 } m, n \text{ 為兩個實數，若向量 } (-1, 2) = m\vec{a} + n\vec{b} \text{，則 } m > 0$$

$$(5) \text{ 對於任意實數 } k \text{，都有 } |\vec{a} + k\vec{b}| \geq |\vec{a}|$$

5. 已知 A 為直線 $L: x+2y=0$ 上一點， $P(a, b)$ 為直線外一點，若 P 關於直線 L 的對稱點為 Q ，試問下列敘述哪些是正確的？

$$(1) \overrightarrow{PQ} \cdot (1, 2) > 0$$

$$(2) (\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ}) \cdot (1, 2) \text{ 可能是正數}$$

$$(3) Q \text{ 可能是 } (-a, -b)$$

$$(4) \text{ 存在實數 } t \text{，使得 } Q \text{ 的坐標為 } (a+t, b+2t)$$

$$(5) \text{ 直線 } PQ \text{ 的方程式為 } 2x-y=2a-b$$

6. 兩向量 $\vec{a}=(6, 8), \vec{b}=(1, -2)$ ，且 $\vec{a}=\vec{x}+\vec{y}$ ，其中 $\vec{x} // \vec{b}, \vec{y} \perp \vec{b}$ ，試問下列敘述哪些是正確的？

$$(1) \text{ 由 } \vec{a}, \vec{b} \text{ 所張的平行四邊形面積為 } 10$$

$$(2) \vec{x} = -2\vec{b}$$

$$(3) |\vec{y}| = |\vec{b}|$$

$$(4) \text{ 若 } t \text{ 為實數，則當 } t=2 \text{ 時，} |\vec{a}+t\vec{b}| \text{ 有最小值}$$

(5) 若 t 為實數，則 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 的最小值為 80

7. 已知 xy 平面上有兩直線 $L_1: 3x - 4y - 1 = 0$, $L_2: x = 2$ 。令 $\vec{n}_1 = (3, -4)$,

$\vec{n}_2 = (1, 0)$ ，試問下列敘述哪些是正確的？

(1) $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 > 0$

(2) 向量 $\vec{n}_1 + \vec{n}_2$ 平分兩向量 \vec{n}_1, \vec{n}_2 的夾角

(3) 直線 $(3x - 4y - 1) + (x - 2) = 0$ 通過 L_1, L_2 的交點

(4) 直線 $(3x - 4y - 1) + 5(x - 2) = 0$ 為 L_1, L_2 的其中一條角平分線

(5) 直線 $(3x - 4y - 1) + 5(x - 2) = 0$ 為 L_1, L_2 的鈍角角平分線

8. 試問下列敘述哪些是正確的？

(1) $|\vec{a}||\vec{b}| < |\vec{a} \cdot \vec{b}|$ 可能發生

(2) 若 \vec{a}, \vec{b} 為兩非零向量且 $|\vec{a}||\vec{b}| = |\vec{a} \cdot \vec{b}|$ ，則 $\vec{a} // \vec{b}$

(3) 若 $x^2 + y^2 = 4$ ，則 $3x - 4y$ 的最大值為 100

(4) 若 $x^2 + y^2 = 4$ ，則 $3x - 4y$ 的最小值 -10

(5) 若 $x^2 + y^2 = 4$ ，則當 $3x - 4y$ 的最小值發生時， $x + y = -\frac{2}{5}$

9. 設 G, I, H, O 分別為 $\triangle ABC$ 的重心、內心、垂心及外心，若

$\overline{AB} = 5, \overline{BC} = 6, \overline{CA} = 7$ ，試問下列敘述哪些是正確的？

(1) $\vec{AG} = \frac{1}{3} \vec{AB} + \frac{1}{3} \vec{AC}$

(2) $\vec{AI} = \frac{1}{2} \vec{AB} + \frac{1}{2} \vec{AC}$

(3) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 19$

(4) $\vec{AH} \cdot \vec{AB} > \vec{AB} \cdot \vec{AC}$

(5) $\vec{AO} \cdot \vec{AB} = \vec{AO} \cdot \vec{AC}$

10. 利用克拉瑪公式解聯立方程組 $\begin{cases} 37x + 94y = 17 \\ 81x + 202y = 41 \end{cases}$ ，試問下列敘述哪些是正確的？

的？

(1) 此方程組有唯一解

$$(2) \begin{vmatrix} 37 & 94 \\ 81 & 202 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 37 & 47 \\ 81 & 101 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 37 & 47 \\ 81 - 37 \times 2 & 101 - 47 \times 2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 37 & 47 \\ 7 & 7 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 17 & 94 \\ 41 & 202 \end{vmatrix} = 420$$

(4) x 的解為一自然數

(5) y 的解為一有理數