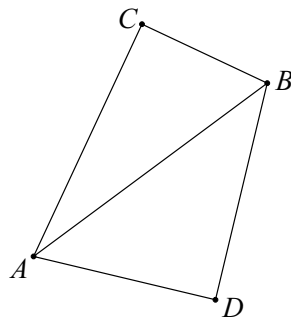


# 103 學年度第一學期第一次定期考高二數學科試題卷

第一部分：填充題(每題完全答對給 7 分，最後兩題是多重選擇題，答錯 1 個選項得 5 分，答錯 2 個選項得 3 分，答錯 2 個以上或不作答得 0 分。)

1. 已知  $\cos \theta = \frac{2}{5}$ ，則  $\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} + \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta}$  的值為 (1)。
2. 化簡  $\cos 150^\circ \cdot \tan 240^\circ + \sin 330^\circ \cdot \cos 0^\circ + \sin 270^\circ \cdot \cos 180^\circ$  的值為 (2)。
3. 設點  $P(-3, y)$  在廣義角  $\theta$  的終邊上，若  $\sin \theta = \frac{-3}{5}$ ，則  $y =$  (3)。
4. 假設  $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ，且  $2\sin \theta + 4\cos \theta = \sqrt{10}$ ，則  $\cos \theta$  的值為 (4)。
5. 銳角  $\triangle ABC$  中， $\cos C = \frac{1}{5\sqrt{2}}$ ，若  $B$  到垂心  $H$  的距離是 5， $C$  到垂心  $H$  的距離是 1，則  $\triangle ABC$  的面積等於 (5)。

6. 如右圖，兩直角三角形  $\triangle ABC$  與  $\triangle ADB$ ，其斜邊均是  $\overline{AB}$ ， $\angle BAD$  的度量是  $\angle BAC$  度量的 2 倍，若  $\overline{AC} = 2\sqrt{5}$ ， $\overline{BD} = 4$ ，則四邊形  $ADBC$  的面積是 (6)。



7. 假設有一人從早上 8 點開始，由平面上的點  $(1,0)$  出發，在以原點為中心的單位圓上，以等速率作逆時鐘方向運動，若早上 10 點時尚未繞完一圈，而到達點  $\left(\frac{7}{25}, \frac{-24}{25}\right)$ ，試問此人早上 9 點時所在位置的座標為 (7)。
8. 觀測者在原點  $O$ ，於雷達上發現一船以直線等速航行，一開始測得船在點  $A$  的極座標為  $[2, 120^\circ]$ ，10 分鐘後測得船在點  $B$  的極座標為  $[3, 60^\circ]$ ，假設再過 10 分鐘後測得船在點  $C$  的極座標為  $[r, \theta]$ ，則  $\cos \theta$  的值為 (8)。

9. 利用下表及內插法，則  $\cos 73^\circ 20'$  的值为 (9) (四捨五入求至小數點後第四位)

	70°	71°	72°	73°	74°	75°	76°	77°	78°	79°	80°
sin	0.9397	0.9455	0.9511	0.9563	0.9613	0.9659	0.9703	0.9744	0.9781	0.9816	0.9848
cos	0.3420	0.3256	0.3090	0.2924	0.2756	0.2588	0.2419	0.2250	0.2079	0.1908	0.1736

10. 一船向東  $11^\circ$  南航行，速度為 50 浬/時，於上午十時測得一島之方向為東  $69^\circ$  北，若航向與速度不變，繼續航行至同日中午十二時，再測得該島之方向為北  $9^\circ$  西，則當時（中午十二時）船與該島的距離為 (10) 浬。(利用上表，四捨五入至整數位)

11. 沿著平面上共線的三點  $A$ 、 $B$ 、 $C$  測得山頂之仰角依序為  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $45^\circ$ ，其中  $\cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{17}}$ 、 $\cos \beta = \frac{5}{\sqrt{29}}$ ，若山頂之垂足與  $A$ 、 $B$ 、 $C$  不共線，且  $\overline{AB}$  的長度為 100 公尺，與  $\overline{BC}$  的長度為 300 公尺，則山的高度是 (11) 公尺。

12. 設  $\triangle ABC$  中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的所對應的對邊邊長分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，試問下列選項的條件中，哪些可以決定唯一的  $\triangle ABC$ ？(12)。

(A)  $\sin B = \frac{1}{2}$ ， $\sin C = \frac{1}{3}$ ， $a = 4$  (B)  $a = 2$ ， $b = 3$ ， $\angle A = 30^\circ$

(C)  $a = 4$ ， $b = 3$ ， $\angle A = 30^\circ$

(D)  $a = 2$ ， $b = 3$ ， $\angle A = 60^\circ$  (E)  $a = \sqrt{2}$ ， $b = 2$ ， $\angle A = 45^\circ$

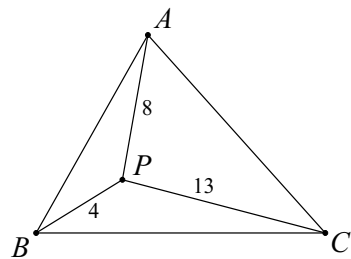
13. 設  $\triangle ABC$  內切圓的圓心是  $O$ 、半徑是  $\frac{3}{5}$ ，已知  $\sin \frac{B}{2} = \frac{1}{5\sqrt{2}}$ 、 $\sin \frac{C}{2} = \frac{3}{5}$ ，則下列選項何者正確？(13)。

(A)  $\angle OBC > 45^\circ$  (B)  $\cos(\angle BOC) = \frac{1}{\sqrt{2}}$  (C)  $\overline{BC} = 5$  (D)  $\triangle ABC$  是直角三

角形 (E)  $\overline{AC} = 7$

第二部分：計算證明題：(9 分，每小題 3 分)

已知  $\triangle ABC$  中，三邊  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CA}$  長度的比例是  $4:6:5$ ，其內部一點  $P$  滿足  $\overline{PA}$ 、 $\overline{PB}$ 、 $\overline{PC}$  的長度分別是  $8$ 、 $4$ 、 $13$ （如下左圖）。如下右圖，平面上有一點  $Q$  滿足  $\angle PBQ = \angle ABC$ ，且  $\overline{BQ}$  的長度是  $6$ ，則



- (1) 求  $\overline{PQ}$  的長度。
- (2) 求  $\overline{QC}$  的長度。
- (3) 求  $\cos(\angle APB)$  的值。

