

103 學年度第一學期高三數甲第二次定期考試試題

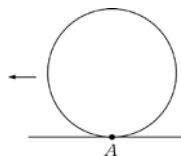
一、單選題 (共 5 小題, 每小題 6 分, 共 30 分)

1. 設 $-3\pi \leq x \leq 3\pi$, 則滿足 $\cos^{99} x + \cos^{100} 6x + \cos^{101} 7x = 3$ 的 x 值共有

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5 個

2. 如圖, 有一個半徑為 2 公分的圓形輪子與地面接觸於 A 點,

若沿著地面一直線向左滾動了 $\frac{4\pi}{3}$ 公分, 則 A 點離地面多高?



(A) 1 (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $1 + \sqrt{2}$ (E) 3 公分

3. 設 $-\pi \leq x \leq 2\pi$, 則方程式 $x = 1 - \tan x$ 有幾個實根?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5 個

4. 已知 $a = \cos 1$, $b = \cos 2$, $c = \cos 3$, $d = \cos 4$, 則下列選項何者為真?

(A) $a < 0.5$ (B) $b < -0.5$ (C) $c > -0.5$ (D) $c > b$ (E) $d > c$ 。

5. 設 $x + y = \frac{\pi}{3}$, 則函數 $f(x) = \sqrt{3} \cos y - 2 \sin x$ 的最大值為?

(A) 1 (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{7}$ (E) $2 + \sqrt{3}$ 。

二、多選題(共 4 小題。每題至少有一個選項正確, 所有選項均答對得 8 分;

答錯 1 個選項得 5 分; 答錯 2 個選項得 2 分; 答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答以零分計算。)

1. 設 θ 為以 x 軸正向為始邊的有向角, 點 $P(t, -3)$ 在 θ 的終邊上, 且 $\cos \theta = \frac{4}{5}$,

則下列哪些選項是正確的?

(A) $\cot(-\theta) = \frac{4}{3}$ (B) $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\frac{4}{3}$ (C) $\csc(\pi - \theta) = -\frac{5}{4}$

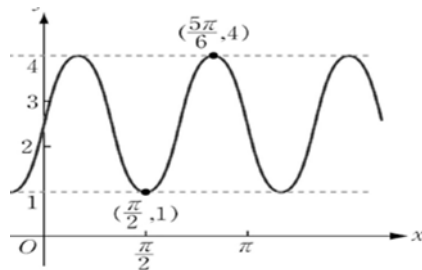
(D) $\sec \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{10}}{3}$ (E) $\sin 2\theta = -\frac{24}{25}$ 。

2. 右圖為函數 $f(x) = a \cos(bx - c) + d$ 的部分圖

形，其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $\frac{\pi}{2} \leq c \leq \pi$ ，且其通

過最高點 $(\frac{5\pi}{6}, 4)$ 及最低點 $(\frac{\pi}{2}, 1)$ ，下列

哪些選項成立？



- (A) $a=3$ (B) $b=2$ (C) $c=\frac{\pi}{2}$ (D) $d=\frac{5}{2}$

(E) 此圖形可由 $y = a \cos bx$ 的圖形向右平移 c 單位後再向上平移 d 單位而得。

3. 下列哪些函數的週期為 2π ？

(A) $y = \cos x + \sin x$ (B) $y = |\cos x + \sin x|$ (C) $y = |\cos x| + |\sin x|$

(D) $y = \sin x + |\sin x|$ (E) $y = \cos x + \cos|x|$

4. 設 $t = \sin x + \cos x$ ，且 $f(x) = \sin 2x - (\sin x + \cos x)$ ，則在 $0 \leq x \leq \pi$ 的範圍內，下列哪些選項是正確的？

(A) $t = 2 \sin(x + \frac{\pi}{4})$ (B) t 的最大值為 $\sqrt{2}$ (C) $f(x) = t^2 + t - 1$

(D) $f(x)$ 有最小值 $-\frac{5}{4}$ (E) 當 $x = \pi$ 時， $f(x)$ 有最大值

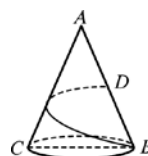
三、填充題 (共 4 小題，每小題 7 分，共 28 分)

1. 設 $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ，且 $\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta = 2 \sin 2014^\circ$ ，求 $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 設 $x \in R$ ，求函數 $f(x) = \frac{1 + \sin x}{3 + \cos x}$ 的範圍為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 設一繩子長度為 40 公尺，想圍成一扇形區域，則此扇形最大面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 一直圓錐如右圖，底圓的半徑為 4， D 為斜高 \overline{AB} 的中點，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 12$ ，一隻螞蟻從 B 點沿錐面繞一周到 D 點，則最短路徑長為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



四、計算題 (共 10 分, 必須寫出計算過程, 否則不計分)

1 設 P 為橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上任一點, 直線 $L: x + y + 7 = 0$,

(1) 求 P 點到直線 L 的最小距離 (6 分)

(2) 求此時的 P 點坐標。 (4 分)