

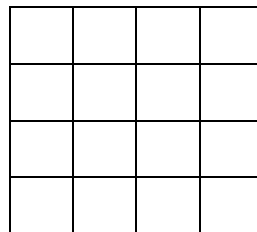
103 學年度第一學期高三數乙第三次定期考試試題

第壹部分：選擇題（占 60 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

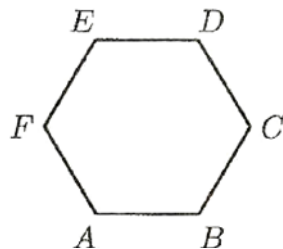
1. $\sqrt{\frac{1}{5^2} + \frac{1}{4^2}} + 1$ 等於下列哪一個選項？
(1) 1.01 (2) 1.05 (3) 1.1 (4) 1.15 (5) 1.21
2. 請問下面哪一個選項是正確的？
(1) $3^7 < 7^3$ (2) $5^{10} < 10^5$ (3) $2^{100} < 10^{30}$
(4) $\log_2 3 = 1.5$ (5) $\log_2 11 < 3.5$
3. 已知一等差數列共有十項，且知其奇數項之和為 15，偶數項之和為 30，則下列哪一選項為此數列之公差？
(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5
4. 將 24 顆雞蛋分裝到紅、黃、綠的三個籃子。每個籃子都要有雞蛋，且黃、綠兩個籃子裡都裝奇數顆。請選出分裝的方法數。
(1) 55 (2) 66 (3) 132 (4) 198 (5) 253
5. 在右圖的棋盤方格中，隨機任意取兩個格子。選出的兩個格子不在同行（有無同列無所謂）的機率為
(1) $\frac{1}{20}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) $\frac{3}{5}$ (5) $\frac{4}{5}$



6. 如圖， $ABCDEF$ 為一正六邊形。那麼下列向量內積中，何者最大？

(1) $\vec{AB} \cdot \vec{AB}$ (2) $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ (3) $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$

(4) $\vec{AB} \cdot \vec{AE}$ (5) $\vec{AB} \cdot \vec{AF}$



二、多選題（占 30 分）

說明：第 7 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 試問下列哪些選項中的數是有理數？

(1) 3.1416 (2) $\sqrt{3}$ (3) $\log_{10} \sqrt{5} + \log_{10} \sqrt{2}$

(4) $\frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} + \frac{\cos 15^\circ}{\sin 15^\circ}$ (5) 方程式 $x^3 - 2x^2 + x - 1 = 0$ 的唯一實根

8. 三次方程式 $x^3 + x^2 - 2x - 1 = 0$ 在下列哪些連續整數之間有根？

(1) -2 與 -1 之間 (2) -1 與 0 之間 (3) 0 與 1 之間

(4) 1 與 2 之間 (5) 2 與 3 之間

9. 設 a 為大於 1 的實數，考慮函數 $f(x) = a^x$ 與 $g(x) = \log_a x$ ，試問下列哪些選項是正確的？

(1) 若 $f(3) = 6$ ，則 $g(36) = 6$ (2) $\frac{f(238)}{f(219)} = \frac{f(38)}{f(19)}$

(3) $g(238) - g(219) = g(38) - g(19)$

(4) 若 P, Q 為 $y = g(x)$ 的圖形上兩相異點，則直線 PQ 之斜率必為正數

(5) 若直線 $y = 5x$ 與 $y = f(x)$ 的圖形有兩個交點，則直線 $y = \frac{1}{5}x$ 與 $y = g(x)$

的圖形也有兩個交點。

10. 某品牌之燈泡由 A 廠及 B 廠各生產 30% 及 70%。 A 廠生產的產品中有 1% 瑕疵品； B 廠生產的產品中有 5% 瑕疵品。 某日退貨部門回收一件瑕疵品，則下列敘述那些是正確的？

(1) 猜此瑕疵品是由 A 廠製造的，猜對的機率較大

(2) 猜此瑕疵品是由 B 廠製造的，猜對的機率較大

(3) 此瑕疵品由 A 廠製造的機率為 $\frac{3}{38}$

(4) 此瑕疵品由 A 廠製造的機率為 $\frac{30}{10000}$

(5) 此瑕疵品由 B 廠製造的機率為 $\frac{350}{10000}$

11. 測量一物件的長度 9 次，得其長(公尺)為

2.43, 2.46, 2.41, 2.45, 2.44, 2.48, 2.46, 2.47, 2.45

將上面的數據每一個都乘以 100，再減去 240 得一組新數據為

3, 6, 1, 5, 4, 8, 6, 7, 5

問下列選項，何者為真？

(1) 新數據的算術平均數為 5 (2) 新數據的標準差為 2

(3) 原數據的算術平均數為 2.45 (4) 原數據的標準差為 0.2

(5) 原數據的中位數為 2.45

12. 若實數 a, b, c, d 使得聯立方程組 $\begin{cases} ax+8y=c \\ x-4y=3 \end{cases}$ 有解，且聯立方程組

$\begin{cases} -3x+by=d \\ x-4y=3 \end{cases}$ 無解，則下列哪些選項一定正確？

(1) $a \neq -2$

(2) $c = -6$

(3) $b = 12$

(4) $d \neq -9$ (5) 聯立方程組 $\begin{cases} ax+8y=c \\ -3x+by=d \end{cases}$ 無解

第貳部分：選填題（占 40 分）

說明：1.第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（13-36）。2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 - 5x + 4$ ，餘式為 $x + 2$ ；除以 $x^2 - 5x + 6$ ，餘式為 $3x + 4$ 。則多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 - 4x + 3$ ，餘式為 ⑬x - ⑭。

B. 某巨蛋球場 E 區共有 25 排座位，此區每一排都比其前一排多 2 個座位。小明坐在正中間那一排(即第 13 排)，發現此排共有 64 個座位，則此球場 E 區共有 ⑮⑯⑰⑱ 個座位。

C. 有一個兩列三行的表格如右圖。在六個空格中分別填入數字 1、2、3、4、5、6（不得重複），則 1、2 這兩個數字在同一行或同一列的方法有 ⑲⑳㉑ 種。

D. 四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 1, \overline{BC} = 5, \overline{CD} = 5, \overline{DA} = 7$ ，且 $\angle DAB = \angle BCD = 90^\circ$ ，則對角線 \overline{AC} 長為 √⑳㉑。

E. 坐標平面上，以原點 O 為圓心的圓上有三個相異點 $A(1,0), B, C$ ，且 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 。已知銳角三角形 OAB 的面積為 $\frac{3}{10}$ ，則 $\triangle OAC$ 的面積為 ⑳㉑。
⑲⑳。(化為最簡分數)

F. 如右圖所示， $ABCD-EFGH$ 為邊長等於 1 之正立方體。若 P 點在立方體之內部且滿足 $\vec{AP} = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD} + \frac{2}{3}\vec{AE}$ ，則 P 點至直線 AB 之距離為 ⑳。
㉑。(化成最簡分數)

G · 在空間坐標中，設 xy 平面爲一鏡面。有一光線通過點 $P(1,2,1)$ ，射向鏡面上的點 $O(0,0,0)$ ，經鏡面反射後通過點 R 。若 $\overline{OR} = 2\overline{PO}$ ，則 R 點的坐標爲 (30 31)， (32 33)， (34)。

H · 設 P 爲雙曲線 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 上的一點且位在第一象限。若 F_1 、 F_2 爲此雙曲線的兩個焦點，且 $\overline{PF_1} : \overline{PF_2} = 1:3$ ，則 $\triangle F_1PF_2$ 的周長等於 35 36。