

# 103 學年度第一學期高三數甲第一次定期考試試題

一、單選題：18 分 (每題 6 分)

1. 若  $E(X+2)=10$ ，且  $E[(X+2)^2]=109$ ，試求  $Var(X+1)=$   
(A) 3 (B) 4 (C) 8 (D) 9 (E) 10
2. 一袋中有 1 元硬幣三個，5 元硬幣兩個，今隨機自袋中任取出兩個硬幣（假設每個硬幣被取出的機會均等），則兩個硬幣錢數和的變異數為  
(A)  $\frac{17}{5}$  (B)  $\frac{96}{25}$  (C)  $\frac{144}{25}$  (D)  $\frac{34}{5}$  (E)  $\frac{192}{25}$
3. 本校學務處針對「班級是否可以製作班褲及班鞋」議題，希望透過對全校師生抽樣調查來了解，若希望在 95% 的信心水準下，抽樣誤差不超過 2.5%，則在這次抽樣調查至少需要有效訪問多少師生？  
(A) 400 (B) 800 (C) 1068 (D) 1276 (E) 1600

二、多重選擇題：40 分：(每題全對給 8 分，每一個錯誤扣兩分，扣完 8 分為止)

4. 設  $A, B$  為兩獨立事件，且已知  $P(A) = \frac{1}{2}$ ， $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ ，則下列敘述哪些是正確的？  
(A)  $P(B) = \frac{1}{3}$  (B)  $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$  (C)  $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$  (D)  $P(B' | A') = \frac{2}{3}$  (E)  $P(A' \cup B') = \frac{5}{6}$
5. 新進國一新生 15 萬人，智商測驗的結果是「平均數 100，標準差 15」的常態分配。若以智商 130 (或) 以上做為甄選國一新生為資優生的門檻，根據這次測驗的結果，下列敘述哪些是正確的？  
(A) 約有 5% 的國一新生可通過資優生甄選門檻  
(B) 約有 7.5 萬名國一新生的智商在 100 以上

- (C)超過10萬名國一新生智商介於85至115之間
- (D)隨機抽出1000名國一新生，可期望有25名資優生
- (E)如果某偏遠學校只有14名的國一新生，那麼該校不會有資優生
6. 某民調機構對台北市長候選人甲先生的支持度所做的民意調查訪問，成功訪問了1025位合法且具有投票權的公民，其中有370位表示支持。在95%的信心水準下，則下列敘述哪些是正確的？(四捨五入到小數第二位)
- (A)此次民調，對甲先生的支持度為0.36
- (B)在95%的信心水準下，此次民調的抽樣誤差為3%
- (C)此次民調甲先生支持度的信賴區間為〔0.33, 0.39〕
- (D)若用同樣方法民調重複做100次的抽樣，所得到的100個信賴區間中，大約有95個會包含甲先生的真正支持度
- (E)若甲先生大力宣傳後，再次進行民調，並增加訪問人數達原人數四倍，則在95%的信心水準下，甲先生的支持度的信賴區間寬度必會減半
7. 甲乙二人對弈(沒有和局)，約定先勝3局者可獨得獎金4000元，若對弈時，每局甲乙兩人獲勝的機率相等。若已知賽局第一局是甲獲勝，則下列敘述哪些是正確的？
- (A) 甲再連勝第2、3局的機率為 $\frac{1}{4}$
- (B) 甲可獨得獎金4000元的機率為 $\frac{9}{16}$
- (C) 乙可獨得獎金4000元的機率為 $\frac{5}{16}$
- (D) 若甲勝第一局後，賽局因故中止，則甲應分得獎金2750元較合理
- (E) 若甲連勝兩局後，賽局因故中止，則乙應分得獎金1000元較合理
8. 一袋子裡有4個白球及3個黑球，若每一次從袋子裡任取出一球，取出後放回，連取六次，設隨機變數  $X$  表示六次中出現白球的次數，則下列敘述哪些是正確的？

(A)每次取出白球的機率均為 $\frac{4}{7}$

(B)恰出現二次白球的機率為 $C_2^6 \left(\frac{4}{7}\right)^2 \left(\frac{3}{7}\right)^4$

(C)至少出現五次白球的機率為 $C_6^6 \left(\frac{4}{7}\right)^6$

(D) 期望值 $E(X)=\frac{24}{7}$

(E)  $X$  的標準差為 $\frac{6}{7}$

### 三、填充題：42分 (每個問題6分)

有一賭博性遊戲名叫『兩家樂』，玩法是：玩家與莊家各擲出兩個公正公平的骰子(點數有 1~6 點)，視兩家所擲出骰子的情形與點數之和來比大小並定出勝負，檯面上有「莊家勝」、「玩家勝」、「平手」、「莊一對」、「玩家一對」等五種可供押注的選項(並非隨機押注)，各選項說明如下：(假設擲骰之前，玩家先押注 100 元)

押中「**莊家勝**」時：若莊家點數之和比玩家點數之和大，則莊家賠玩家 0.95 倍的賭注(玩家取回 100 元，再贏得莊家 95 元)

押中「**玩家勝**」時：若莊家點數之和比玩家點數之和小，則莊家賠玩家 1 倍的賭注(玩家取回 100 元，再贏得莊家 100 元)

押中「**平手**」時：若莊家點數之和與玩家點數之和相同，則莊家賠玩家 4 倍的賭注(玩家取回 100 元，再贏得莊家 400 元)

押中「**莊一對**」時：若莊家擲出兩個骰子的點數一樣，則莊家賠玩家 3 倍的賭注(玩家取回 100 元，再贏得莊家 300 元)

押中「**玩家一對**」時：若玩家擲出兩個骰子的點數一樣，則莊家賠玩家 3 倍的賭注(玩家取回 100 元，再贏得莊家 300 元)

其餘沒有押中選項的賭金皆被莊家贏去，試回答下列問題：

1. 此遊戲在玩的時候，發生「莊家擲出的點數和大於玩家擲出的點數和」的機率會大於 $\frac{1}{2}$ ?\_\_\_\_\_ (請回答“是”或“否”)
2. 玩家擲出點數和為 3 點的機率為\_\_\_\_\_.
3. 莊家擲出點數和為 4 點的機率為\_\_\_\_\_.
4. 玩家贏是因擲出「玩家一對」的機率為\_\_\_\_\_.
5. 玩家贏是因擲出「平手」而贏的機率為\_\_\_\_\_.
6. 玩家贏是因擲出「玩家勝」而贏的機率為\_\_\_\_\_.
7. 就玩家而言，5 種押注選項中，押注一次獲得金額的期望值，最高者為何選項? (寫出選項名稱)