

103 學年度第一學期高一第二次定期考試試題

第壹部分：選擇題(佔 60 分)

一、單選題 (佔 20 分) 說明：第 1 至 4 題為單一選擇題，每題答對得 5 分。

- 下列何者是 $x^{103} + x^2 + 1$ 除以 $x-1$ 的餘式。
(1) 0 (2) 1 (3) -1 (4) 3 (5) 105。
- 設 $\deg f(x) \geq 2$ ，已知多項式 $f(x)$ 除以 $x-2$ 與 $2x+3$ 的餘式分別為 -2 、 12 ，若 $f(x)$ 除以 $(x-2)(2x+3)$ 的餘式為 $ax+b$ ，則 $a-b$ 之值等於下列哪一個選項？
(1) -10 (2) 0 (3) 10 (4) 12 (5) 20。
- 若 $f(x)$ 為三次多項式，且 $f(1)=f(2)=f(3)=0$ ， $f(4)=12$ ，則 $f(5)$ 之值等於下列哪一個選項？
(1) 0 (2) 12 (3) 24 (4) 48 (5) 120。
- 根據世界聯合國的統計，西元 1987 年地球人口總數達 50 億西元，1999 年人口數則已增至 60 億。假設每年人口數都增加為原來的 r 倍，試問到了西元 2023 年的地球人口總數約為多少億人？
(1) 70 (2) 80 (3) 86 (4) 90 (5) 100。

二、多選題 (佔 40 分) 說明：第 5 至 9 題，每題至少有一個選項是正確的。每題全部答對得 8 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個或三個選項以上不給分。

- 下列選項中的多項式哪些是 $2x^4 + x^3 - 7x^2 - 9x + 6$ 的整係數一次因式？
(1) $2x+3$ (2) $x+1$ (3) $2x-1$ (4) $x-2$ (5) $x-3$ 。
- 設 $f(x)$ 為四次實係數多項式且 $f(i+2)=0$ ，已知 $f(x)$ 值之正負如下表，

x	小於 -4	-3	-2	-1	0
$f(x)$ 值	-	-	-	+	+

下列敘述哪些是正確的？

- (1) 方程式 $f(x) = 0$ 在 -2 與 -1 之間恰有一個實根
- (2) 方程式 $f(x) = 0$ 恰有一個負根
- (3) 方程式 $f(x) = 0$ 恰有一個正根
- (4) 方程式 $f(x) = 0$ 恰有兩個虛根
- (5) $f(i-2) = 0$

7. 下列敘述哪些是正確的？

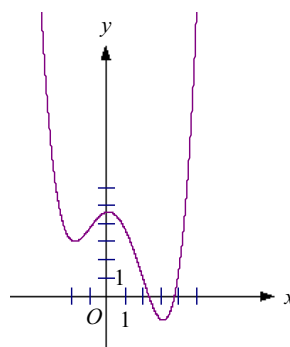
- (1) 不等式 $(x-1)(x-2) > 0$ 與不等式 $\frac{x-1}{x-2} > 0$ 有相同的解
- (2) 不等式 $x^2 + x + 1 > 0$ 與不等式 $x^3 - 1 > x - 1$ 有相同的解
- (3) 不等式 $x^2 + 2x + 2 < 0$ 的解為 $-1-i < x < -1+i$ 有相同的解
- (4) 不等式 $\frac{x}{x^2 - 2x + 3} < 2$ 與不等式 $2x^2 - 5x + 6 > 0$ 有相同的解
- (5) 不等式 $\frac{x-3}{x+2} \leq 0$ 與不等式 $(x+2)(x-3)^3 \leq 0$ 有相同的解

8. 三次拉格朗日插值多項式

$$f(x) = (-1) \cdot \frac{(x+1)(x-1)(x-2)}{(-2+1)(-2-1)(-2-2)} + 6 \cdot \frac{(x+2)(x-1)(x-2)}{(-1+2)(-1-1)(-1-2)} \\ + 2 \cdot \frac{(x+2)(x+1)(x-2)}{(1+2)(1+1)(1-2)} + 3 \cdot \frac{(x+2)(x+1)(x-1)}{(2+2)(2+1)(2-1)}$$

試問下列敘述哪些是正確的？

- (1) $f(-1) = 2$
- (2) $f(-2) = -1$
- (3) $f(3) = 13$
- (4) $y = f(x)$ 的圖形通過 $(1, 2)$
- (5) $f(x)$ 除以 $(x+1)(x+2)$ 的餘式是 $7x - 13$



9. 右圖為某函數 $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ 的圖形，試問下列敘述哪些是正確的？

- (1) $a > 0$

(2) $a - b + c - d + e < 0$

(3) $p(x) = 0$ 的解為兩實根與兩虛根

(4) $p(x)$ 的係數總和大於 $p(x) = 0$ 的實根總和

(5) $p(x) = 0$ 所有根的乘積大於 $p(x) = 0$ 的虛根的乘積

第貳部份：填充題 (佔 30 分) 說明：每題答對得 5 分。

1. 化簡 $\sqrt{6} \times \sqrt{-3} \times \sqrt{-5} \times \frac{1}{\sqrt{10}}$ 之值為_____。

2. 化簡 $(\frac{2}{3})^{\frac{1}{3}} \times (\frac{3}{2})^{\frac{2}{3}} \times (-\frac{2}{3})^2 \times (\frac{\sqrt{3}}{2})^0$ 之值為_____。

3. 若 $2 - i$ 為方程式 $x^4 - x^3 - 6x^2 + 11x + 5 = 0$ 之一根，則此方程式的最大實根為_____。

4. 設 k 是實數，已知方程式 $x^3 - 2x^2 + 2kx - k^2 = 0$ 在 1 與 2 之間恰有一實根，求 k 值的範圍為_____。

5. 若不等式 $(x + 2)(x - 1)(x^2 - mx + m) > 0$ 的解為 $x > 1$ 或 $x < -2$ ，則 m 值的範圍為_____。

6. 若方程式 $x^2 - px - q = 0$ 的正根小於 3，其中 p, q 為正整數，則滿足上述條件的數對 (p, q) 共有_____組解。

第參部份：計算題 (佔 10 分)

n 次多項式 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ ，其中各項係數皆為正整數或 0，若 $f(0) = 2$ ， $f(1) = 7$ ， $f(7) = 3439$ ，則試求出 $f(x)$ 。