

103 學年度第一學期高一第三次定期考試試題

第一部分：選擇題（占 50 分）

一、單選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得 5 分。

1. 對任意實數 x 而言， $125^{(x^2-2x+\frac{5}{3})}$ 的最小值為

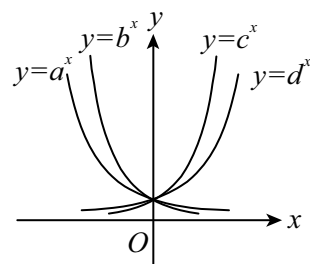
(1)5 (2) $5\sqrt{5}$ (3)25

(4)125 (5) $625\sqrt{5}$ 。

2. 下圖為 $y=a^x$ ， $y=b^x$ ， $y=c^x$ ， $y=d^x$ 四個函數的圖形，試比較 a ， b ， c ， d 四數的大小關係。

(1) $a > b > c > d$ (2) $c > d > a > b$

(3) $a < b < c < d$ (4) $b > a > c > d$ (5) $c > d > b > a$ 。



3. 聲音的強度是用每平方公尺多少瓦特 (W/m^2) 來衡量，一般人能感覺出聲音的最小強度為 $I_0 = 10^{-12} (W/m^2)$ ；當測得的聲音強度為 $I (W/m^2)$ 時，所產生的

噪音分貝數 d 為 $d(I) = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ 。某知名搖滾天團舉辦演唱會，每場演

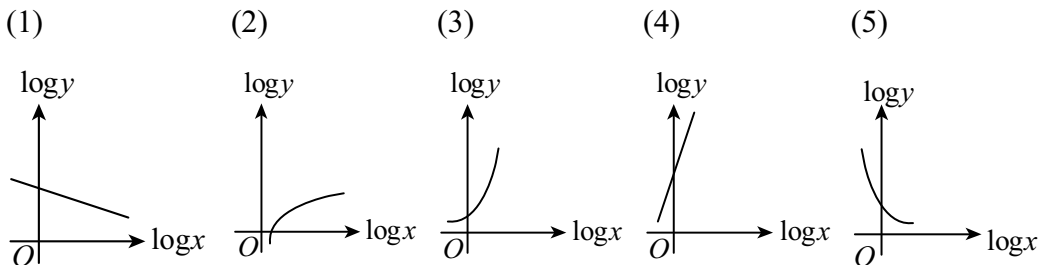
唱會約 3 萬人參與，今在體育場開唱，至深夜 12 時結束後觀眾退場。如果一般人的交談音量約為 60 分貝，那麼當 3 萬人同時以此音量發聲時，被測得的聲音約為多少分貝？（設 n 個人的聲音強度是一個人的 n 倍，分貝數四捨五入至整數）

(1)101 (2)103 (3)105 (4)107 (5)109。

4. 不等式 $\log_3(2x-3) < \log_9(3x^2+9)$ 的解為？

(1) $x > \frac{3}{2}$ (2) $0 < x < 12$ (3) $x > 12$ 或 $x < 0$ (4) $x < 12$ (5) $\frac{3}{2} < x < 12$ 。

5. 關於多項式函數 $y = 10x^4$ ，若將 $(\log x, \log y)$ 描繪在坐標平面上，下列何者為其圖形？



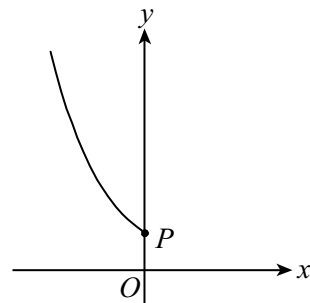
二、多選題（占 25 分）

說明：第 6 題至第 10 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。

各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6. 右圖為函數 $y = a^x$ 的部分圖形，選出正確的選項：

- (1) $\overline{OP} = 1$
 - (2) 為遞增函數
 - (3) $a > 1$
 - (4) $y = a^x$ 的圖形與每一條水平線均相交
 - (5) 若 $(100, k)$ 為 $y = a^x$ 函數上一點，則 $k > 0$ 。
7. 請判斷以下各式，選出正確選項：



- (1) $\log_7(-3)^2 = 2\log_7(-3)$
- (2) $\log_6(3+4) = \log_6 3 + \log_6 4$
- (3) $\log_7 7^7 = 7$
- (4) $\log_{27} 3 = 3$
- (5) $\log_{\sqrt{7}} \sqrt{6} = \log_7 6$ 。

8. 關於指數函數或對數函數圖形的敘述，下列哪些選項是正確的？

- (1) $y = 2015^x$ 的圖形恆在 $y = 104^x$ 的上方
- (2) $y = \log_{104} x$ 與 $y = 104^x$ 兩函數的圖形對稱於直線 $y = -x$
- (3) $y = \log_{104} x$ 與 $y = \log_{\frac{1}{104}} x$ 兩函數的圖形對稱於 x 軸
- (4) $y = \log_{2015}(x^2 + 104)$ 的圖形與 x 軸相交。

(5) 設 (α, β) 在 $y = 104^x$ 的圖形上，則點 (β, α) 在 $y = \log_{104} x$ 的圖形上。

9. 設 $a > 1 > b > 0$ ，關於下列不等式，請選出正確的選項。

(1) $(-a)^5 > (-a)^7$ (2) $b^7 < b^5$ (3) $\log_{10} \frac{1}{a} > \log_{10} \frac{1}{b}$

(4) $\log_a 1 > \log_b 1$ (5) $\log_a b \geq \log_b a$ 。

10. 設 $a > b > 1$ ，令 $p = \sqrt{\log_5 a \times \log_5 b}$ ， $q = \frac{1}{2}(\log_5 a + \log_5 b)$ ， $r = \log_5\left(\frac{a+b}{2}\right)$ ，

則下列敘述何者正確？

(1) $q = \log_5 \sqrt{ab}$ (2) $q > r$ (3) $p < q < r$ (4) $r < p < q$ (5) $q < p < r$ 。

第二部分：填充題（占 40 分）

說明：第 1 至 8 題，每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

1. 不等式 $4^x - 2^{x+2} - 32 > 0$ ，解範圍為_____。
2. 設 $\log_2 11 = a$ ， $\log_b 27 = 3$ ，則 $4^a + b^2$ 的值為_____。
3. 設 a, b, c 為正整數，已知 $a \log_{60} 2 + b \log_{60} 3 + c \log_{60} 5 = 2$ ，則 $a + b + c$ 的值為_____。
4. 設實數 x 滿足 $0 < x < 1$ ，且 $\log_3 x - 2 \log_x 3 = 1$ ，則 x 的值為_____。
5. 方程式 $x^{\log_3 x} = 27x^2$ 的解為_____。（有兩解）
6. 若自然數 $n = 18^{50}$ ，那麼 n 乘開後是_____位數。
7. 假設定期存款之年利率依 2% 複利計算，每年為一期，如果存款 1000 元，那麼 20 年期滿後的本利和為_____。（元以下四捨五入）

常用對數表 $y = \log_{10} x$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989

例： $\log_{10} 1.23 = 0.0899$ 註： $\log_{10} 2 = 0.3010$ ， $\log_{10} 3 = 0.4771$

8. 若 $\log_9 a$ 的首數與尾數恰好是二次方程式 $2x^2 - 7x + k = 0$ 的兩根，則 k 的值為

_____。

第參部分：非選擇題（占 10 分）

說明：本部分共有一大題，答案必須寫在「答案卷」上，標明子題號（(1)、(2)、(3)），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至給零分。每一子題配分標於題末。

1. 若 x 是實數， $y = 2(4^x + 4^{-x}) - 7(2^x + 2^{-x}) + 9$ ，試回答下列問題：
- (1) 令 $2^x + 2^{-x} = t$ ，試將 y 表示為 t 的函數，並寫出 t 的範圍。(4 分)
 - (2) 求 y 的最小值為何？(3 分)
 - (3) 當 $y = 0$ ，則 x 為何？(3 分)