

102 學年度第二學期第二次定期考高三數學乙試題

第壹部分：選擇題(佔 52 分)

一、單選題 (佔 20 分) 說明：第 1 至 4 題為單一選擇題，每題答對得 5 分。

- 下列多項式何者是 $2x^4 + 5x^3 - x^2 + 5x - 3$ 的整係數一次因式。
(1) $4x + 3$ (2) $x + 1$ (3) $2x - 1$ (4) $x - 1$ (5) $x - 3$ 。
- 已知實係數多項式方程式 $x^3 + ax^2 + bx - 8 = 0$ 的三根相同，請問 a 的值等於下列哪一個選項？
(1) -6 (2) -8 (3) -12 (4) 3 (5) 6 。
- 在某闖關遊戲中，共有先後 5 關，遊戲者由第一關開始依序闖關，只要有 2 關失敗即出局，不能再繼續玩；
若通過 3 關即可獲得獎品，並停止遊戲，假設每一關通過與不通過的機率都相等，且各關之間互不影響，則
玩家能獲得獎品的機率為 (1) $\frac{1}{16}$ (2) $\frac{3}{16}$ (3) $\frac{5}{16}$ (4) $\frac{3}{8}$ (5) $\frac{5}{8}$ 。

4. 小明打算將世界各國依照其面積大小來區分等級，右表中列出 10 個國家的面積，

(單位：千平方公里) 小明打算以冰島為基準，用下列公式計算各國的面積等級：

$$N_A = 5 \times \log \left(\frac{A}{A_{ice}} \right)$$

(A_{ice} 是冰島面積， A 是某國面積， N_A 是此國的面積等級)，試問下列敘述何者正確？

- 美國的面積等級超過 10
- 小明的公式可以將表中 10 個國家的面積

國家	面積
澳洲	7,687
智利	757
哥斯大黎加	51
埃及	1,001
德國	357
冰島	103
科威特	18
俄羅斯	17,075
新加坡	0.7
美國	9,827

等級限制在 0~15 之間

(3) 若兩個國家面積等級差距為 1，則這兩個國家面積比例約為 5 倍

(4) 若面積等級小於 5 的國家被小明稱為「小國」，則表中的 10 個國家有 7 個是「小國」

(5) 新加坡的面積等級超過 1。

二、多選題（佔 32 分）說明：第 5 至 8 題，每題至少有一個選項是正確的。每題全部答對得 8 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個選項得 4 分，錯兩個得 2 分，錯三個或三個以上不給分

5. 小和與大智是高三 A 班的同學，某次數學定期考試，小和考了 60 分，大智考了 78 分；而全班學生 50 人的平均數 68 分，標準差 8 分。下列有關高三 A 班此次數學成績哪些選項敘述是正確的？

(1) 若 A 班每個人成績均加 2 分，則全班的平均數、標準差均增加

(2) 若 A 班每個人成績調整為原來的 $\frac{9}{10}$ 倍，則全班的平均數、標準差均縮小

(3) 若 A 班成績呈常態分布，則不及格（低於 60 分）的人數不超過 9 人

(4) 若小和轉組到別班後不列入 A 班計分，則 A 班全班的平均數增加、標準差增加。[註：一般常態分布大約有 68% 落在區間 $(\bar{X} - S_x, \bar{X} + S_x)$ 內。]

6. 偉宏擁有一副好歌喉，在同學的鼓勵之下參加了「超級新人王」歌唱擂台賽，現場有 5 名專業的評審，依照表演者的表現給出 1、2、3、4、5、6 的分數。今偉宏在唱完歌曲後，下列哪些選項是正確的？

(1) 偉宏最高可得 30 分

(2) 如果只考慮所評出來的分數，則共有 25 種可能的結果

(3) 若偉宏得到 26 分，如果只考慮評出來的分數，而不考慮評審身分，則共有 6 種可能的給分方式。

(4) 若偉宏得到 26 分，如果要考慮每位專業評審各給幾分，則共有 70 種可

能的給分方式。

7. 設 $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ 9 & b \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ c & d \end{bmatrix}$ 。已知 $AB = \begin{bmatrix} 3 & 10 \\ -2 & 15 \end{bmatrix}$ 且 A 的行列式之值為 2，

試問下列哪些選項是正確的？

(1) $9a - 4b = -2$

(2) $ac = -24$

(3) $d = -15$

(4) $\begin{bmatrix} b & -a \\ -9 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & a \\ 9 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。

8. 試判斷下列矩陣運算哪些選項是正確的？

(1) 設 $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 $3A = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

(2) 設 $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ ，則 $AB = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -4 \\ 7 & -6 & 4 \end{bmatrix}$

(3) 若 A 、 B 及 C 皆為二階方陣且 $AB = AC$ ，則 $B = C$

(4) 若 A 、 B 皆為二階方陣，則行列式值 $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$ 。

第貳部份：填充題 (佔 36 分) 說明：每題答對得 6 分。

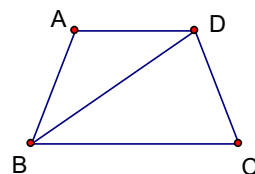
1. 一項調查想了解：「大臺北地區計程車司機學會使用第二外語的比例」。民調公司想在 99.7% 的信心水準下，公佈誤差為 $\pm 3\%$ 以內，試問這次民調至少需要調查_____個成功的樣本。(在 99.7% 信心水準

下，全體平均值 p 的信賴區間為 $[\hat{p} - 3 \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + 3 \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}]$)

2. 甲、乙各自任意寫出一個二位數，若甲寫的數比乙寫的數大，且甲個位數大於乙個位數，則所有可能的情形有_____種。

3. 如右圖， $ABCD$ 為一梯形， $\overline{AB} = \overline{CD} = 5$ ， $\overline{BC} = 10$ ，

$\overline{AD} = 6$ ，則 $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} =$ _____。



4. “格子點”是指在坐標平面上，其 x, y 坐標均為整數的點，試問在 $(3,17)$ 和 $(48,281)$ 所形成的線段中有_____ 個格子點 (其中包括兩個端點)。
5. 一袋中有 4 紅球、5 白球、6 黑球，今自袋中每次取出一球後不放回，直到所有球全部取出為止，試問黑球較紅球及白球先取完的機率=_____。
6. 有 4 名考生的國文(X)與社會(Y)學測級分如下:

考生	甲	乙	丙	丁
國文級分 X	13	11	9	7
社會級分 Y	14	12	8	10

試求出社會成績 Y 對於國文成績 X 的迴歸直線方程式為_____。

第叁部份 : 計算題 (佔 12 分)

某工廠生產 A, B 兩種產品。已知生產 A 產品 1 噸須用燃料 8 噸，電力 2 千瓦，工人 1 名；生產 B 產品 1 噸須用燃料 9 噸，電力 1 千瓦，工人 3 名。已知 A 產品每噸可獲利 7 萬元， B 產品每噸可獲利 5 萬元，每天燃料供應量最多為 240 噸，用電供應量最多為 50 千瓦，工人最多 60 人。

- (1) 設工廠生產 A, B 兩種產品分別為 x 噸與 y 噸。試列出 x, y 的限制條件並在坐標平面上畫出可行解區域圖形。(8 分)
- (2) 此廠每天應生產 A, B 兩種產品各多少噸，才能使獲利最高？而此最高利潤是多少？ (4 分)