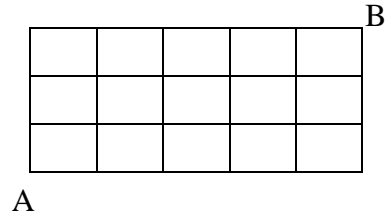


## 102 學年度第二學期第二次定期考高一數學試題

注意：答案請算至最後整數的情形，不可以  $P_n^m, C_n^m, m^n, H_n^m$  作答，否則不予計分

### 一、填充題（每格 5 分，共 80 分）

1. 右圖為十五個全等的小正方格組成，試求下列各題



(1) 沿小方格的邊走，從 A 到 B 走捷徑，可以有 (1) 種走法。

(2) 圖中共有 (2) 個正方形。

2. 甲、乙、丙、丁、戊、己等六人，排成一列，

(1) 甲乙丙完全相連在一起，有 (3) 種排法。

(2) 甲乙丙完全不相鄰，有 (4) 種排法。

(3) 甲不排首位，乙不排第二位，丙不排第三位，有 (5) 種排法。

(4) 甲必在乙的左方，也必在丙的左方，但三個人不一定相鄰，有 (6) 種排法。

3. 4 種顏色塗右圖的四個格子，顏色可重複使用，每格限塗一色，同色不相鄰，可有 (7) 種塗法。

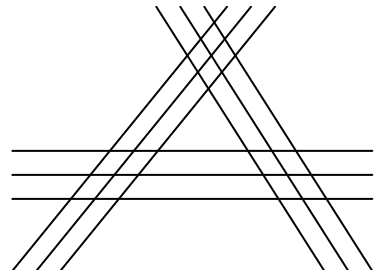
4. 自 6 個排球選手及 5 個籃球選手中，選出三人出任委員

(1) 任選，可以有 (8) 種選法。

(2) 排球選手及籃球選手都至少要有一人，可以有 (9) 種選法。

5. 如右圖，有三組平行線，每組各有四條直線，則這十二條線，可決定 (10) 個梯形。

(梯形的一組對邊平行，另一組對邊不平行)



6.  $x + y + z \leq 8$  的非負整數解，共有 (11) 組。

7. 3 枝相同的鉛筆及 3 本不相同的書，全部分給 4 個

小朋友(每人可兼得，亦可不得)，有 (12) 種分法。

8.  $(x^2 + 2y)^6$  的展開式中， $x^8y^2$  的係數為 (13)。

9. 化簡

$$\sum_{k=0}^{2014} C_k^{2014} (1-x)^{2014-k} x^k$$

$= C_0^{2014} (1-x)^{2014} + C_1^{2014} (1-x)^{2013} x + \dots + C_{2013}^{2014} (1-x) x^{2013} + C_{2014}^{2014} x^{2014}$ ，可得其值為 (14)。

10.  $C_1^{10} + 2 \times C_2^{10} + 3 \times C_3^{10} + 4 \times C_4^{10} + 5 \times C_5^{10} + \dots + 10 \times C_{10}^{10} =$  (15)。

11. 某試驗的樣本空間為  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ，而  $X = \{1, 2, 3\}$  及  $Y = \{2, 4\}$  為其兩個事件，則下列那些選項是正確的？ (16) (應選三項)

- (A)  $S$  共有 64 個不同的事件 (B)  $X$  事件的餘事件為  $\{4, 5, 6\}$  (C)  $X$  和  $Y$  為互斥事件 (D)  $X$  和  $Y$  的和事件為  $\{2\}$   
 (E)  $X$  和  $Y$  的積事件為  $\{2\}$

**二、挑戰題 ( (17)格 2 分，其餘每格 6 分，共 20 分)**

1. (1)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ，設函數  $f$  為從  $A$  映至  $A$  的一對一函數(即對於所有  $A$  中的兩相異元素  $s, t$  都有  $f(s) \neq f(t)$ )，

對應情形如下表， $f(1)=1, f(2)=3, f(3)=2, \dots, f(10)=7$ ，表中

$m=f(f(2))=f(3)=2, n=f(f(f(2)))=f(f(3))=f(2)=3$ ，則  $a+b+c=$  (17)。

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	1	3	2	5	6	4	9	10	8	7
$f(f(x))$		$m$			$a$					
$f(f(f(x)))$		$n$				$b$			$c$	

(2)  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ，設函數  $f$  為從  $S$  映至  $S$  的一對一函數，而對於  $S$  中的每個元素  $x$  都有  $f(f(f(x)))=x$  且  $f(x) \neq x$ ，則滿足條件的函數  $f$  有 (18) 個。

2.  $A, B, C$  均為  $S = \{1, 2, 3\}$  的非空子集合，且三個集合的聯集為  $S$ ，則滿足這

樣的集合組(A, B, C)共有 (19) 組。

( 例如：  $A=\{1\}, B=\{2,3\}, C=\{1,2,3\}$  為一組， $A=\{1,2,3\}, B=\{1\}, C=\{2,3\}$  為另一組 )

3. 有十二個城市，每兩個城市間都有唯一道路連結，每條道路都是單向的，任兩條道路中途都不相通，每個城市都是 6 條進城及 5 條出城 的道路或是 5 條進城及 6 條出城 的道路，若馬卡茸規劃在這十二個城市中選擇三個城市觀光，希望從這三個城市的任一個出發，都可經三條單向道路把這三個城市走過並回到原來的城市，請問馬卡茸有 (20) 種選擇。

( 註：若道路的情況如下圖時，可以選擇 ABC 三城市，但不能選擇 DEF 三個城市，而 ABC 三城市算一種選擇，不管觀光順序 )

