

102 年度第一學期第二次定期考高二數學試題

一、單選題：10分。每題5分

1. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 5\sqrt{2}$ ， $\overline{BC} = 2 + \sqrt{2}$ ， $\overline{CA} = 3 + \sqrt{3}$ ，若 $p = \cos A$ ， $q = \cos B$ ， $r = \cos C$ ，則， p 、 q 、 r 的大小順序為：

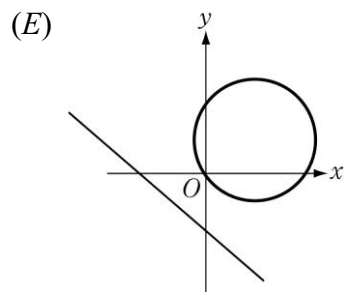
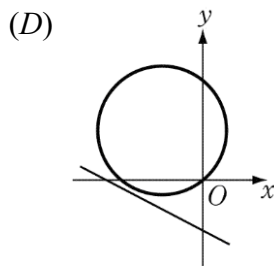
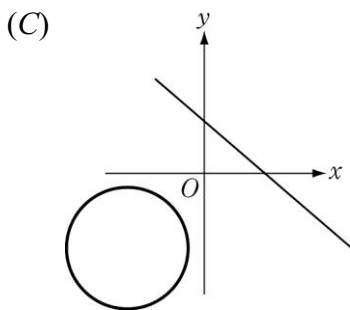
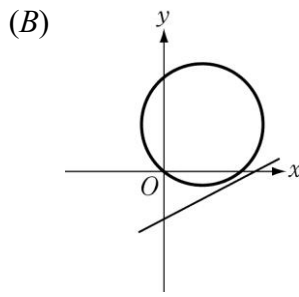
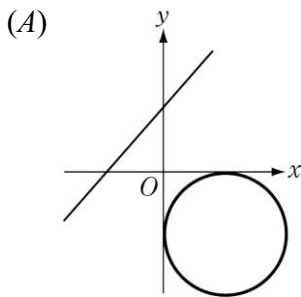
(A) $p > q > r$ (B) $p > r > q$ (C) $q > p > r$ (D) $q > r > p$ (E) $r > p > q$

2. 坐標平面上，與兩圓 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 、 $(x-8)^2 + y^2 = 1$ 都外切，且又與 x 軸及 y 軸也都相切的圓共有幾個？

(A) 0個 (B) 1個 (C) 2個 (D) 4個 (E) 無窮多個

二、多選題：48分。每題全對得8分，僅一個選項錯誤得4分，兩個選項(或以上)錯誤得0分

1. a, b 為實數，直線 $ax - y + b = 0$ 與圓 $x^2 + y^2 - 2ax + 2by = 0$ 的圖形，可能是下列哪幾個？



2. 坐標平面上，三點 $A(4,3)$ ， $B(-1,5)$ ， $C(-2,1)$ ，若動點 $P(a,b)$ 為 $\triangle ABC$ 邊上或內部的點，則下列哪些是正確的？

(A) $a - b \leq 3$ (B) $2a + b \leq 2$ (C) $a + 2b \geq 0$

(D) 滿足 $a^2 + b^2 = 25$ 條件的點共有3個 (E) $\angle BPC$ 的餘弦最大值為 $\frac{13}{\sqrt{290}}$

3. 圓 C 與二直線 $x - y = 0$ 、 $x - y - 4 = 0$ 都相切，且圓心 K 在直線 $2x + y = 0$ 上，則下列哪些是正確的？

(A) 圓 C 的直徑長為4 (B) 圓 C 的周長為 $2\sqrt{2}\pi$ (C) 圓心 K 在第二象限

(D) 圓心 K 之坐標為 $(\frac{2}{3}, -\frac{4}{3})$ (E) 圓 C 與 x 軸相切

4. 已知 $x^2 + y^2 - ax + by + 14 = 0$ 與直線 $x - 2y = 3c$ 相切於 $(5, 1)$ ，則下列哪些是正確的？

(A) $a = 6$ (B) $b = 10$ (C) $c = 1$ (D) 半徑 = 20 (E) 圓心為 $(3, 5)$

5. 自 $A(6, 0)$ 作圓 $C: 2x^2 + 2y^2 - 6x - 8y = 0$ 的切線，切點為 P 、 Q ，圓心為 K ，下列哪些是正確的？

(A) 圓 C 的半徑為 $\frac{5}{2}$ (B) \overline{AP} 之長為6

(C) 直線 PQ 之方程式為 $9x - 4y - 18 = 0$

(D) ΔAPQ 的外接圓之直徑長為 5

(E) $\tan \angle PAK = \frac{5\sqrt{2}}{12}$

6. 如圖，四邊形 $ABCD$ 及其內部的區域為 R ，則下列敘述哪些是正確的？

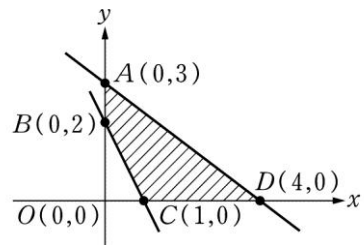
(A) 區域 R 由聯立不等式 $\begin{cases} 2x + y \geq 2 \\ 3x + 4y \leq 12 \end{cases}$ 圍成

(B) 區域 R 的面積為5

(C) 若 R 區域上一點 (x, y) ，且 $2x = y - k$ ，則 k 最小為 -2

(D) 若 R 區域上一點 (x, y) ，且 $2x = y - k$ ，則 k 最大為3

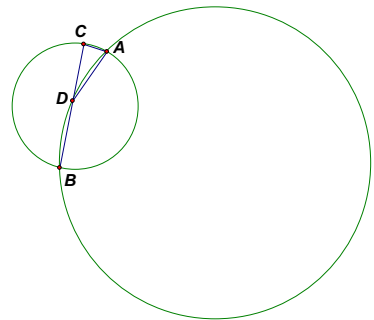
(E) 若 R 區域上一點 P 且 $O(0, 0)$ ，則 \overline{OP} 最長為 $\frac{12}{5}$



三、填充題：42分。每題6分

1. $A(-4,3)$, $B(2,5)$, 一直線 $y = mx + b$ 過 $(1,-1)$, 且與線段 \overline{AB} 相交, 則實數 m 的範圍為_____.
2. 在坐標平面上 $(7,5)$ 處有一光源, 將圓 $x^2 + (y-1)^2 = 1$ 投影到 x 軸的陰影部分長為_____.
3. 一直線 L 的斜率小於 1, 與原點距離為 $\frac{12}{5}$, 又與 x 軸及 y 軸在第二象限所圍成三角形的面積為 6, 求此直線 L 的方程式為_____.
4. 若方程式 $\sqrt{x(4-x)} = mx + 4$ 有相異二實根, 則實數 m 的範圍為_____.
5. 坐標平面上, 一圓的圓心 $A(3,4)$, 一直線 $L: x - 3y + k = 0$, 若此圓與 L 交於 B 、 C 兩相異點 (B 點的 x 坐標小於 C 點的 x 坐標), $\overline{BC} = 2\sqrt{10}$, 又此圓圓心在 L 的上方半平面, 且與 L 的距離為 $\sqrt{10}$, 假設過圓心 A 與 B 點的直線方程式為 $ax - y + b = 0$, 求數組 $(k, a, b) =$ _____.

6. 如圖, 大小兩圓相交於 A 、 B 兩點, 今在左邊小圓上取一點 C , 做弦 \overline{BC} 交大圓於 D 點, 若 $\overline{AD} = \overline{CD} = 5$ 且 $\overline{AC} = 2$, 假設大圓與小圓的半徑分別為 R 與 r , 求 $\frac{R}{r} =$ _____.



7. x 為實數, 則

$$f(x) = \sqrt{(x+1)^2 + (2x-3)^2} + \sqrt{(x-1)^2 + (3-2x)^2} \text{ 的最小值為_____}.$$