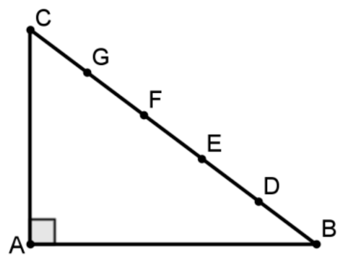
102 年度第一學期第三次定期考高二數學試題

一、單一選擇題：(2 題，共10分。每題答對得5分，答錯不倒扣。)

1. 如圖，已知直角ΔABC三邊 $\overline{BC}=5,\overline{CA}=3,\overline{AB}=4$，若點$D,E,F,G$在線段 $\overline{BC}$上且$\overline{BD}=\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GC}$，則下列選項中的內積值何者最大？



(1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (2) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ (3) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}$

(4) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}$ (5) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AG}$

2. 設坐標平面上三點A,B,C，且 $S=\left\{P\middle|\ \overrightarrow{AP}=r\overrightarrow{AB}+s\overrightarrow{AC},0\le r\le 4,-2\le s\le 1,-1\le r+s\le 2\right\}$，若點集合$S$的圖形所表區域之面積為$\Delta ABC$面積的$k$倍，則$k$之值為下列哪一個選項？

(1)9(2)12(3)14(4)16(5)24

二、多選題：(6 題，共 30 分。每題至少有一個選項是正確的，每題全對給 5 分，答錯 1 個選項得 4 分，答錯 2 個選項得 3 分，答錯 3 個選項得 2 分，答錯 4 個選項得 1 分，全錯得 0 分；不作答，得 0 分。)

1. 設坐標平面上O為原點，已知點A在第一象限，點B在y軸的正向上，點C在第二象限，點D在第三象限，請選出正確的選項。

(1) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}<0$ (2) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OD}<0$ (3) $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}<0$

(4) $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OD}<0$ (5) $\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OD}<0$

2. 設a_1,a_2,b_1,b_2皆為非零實數，已知$\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}=0$，請選出正確的選項。

(1)向量$\overrightarrow{a}=(a_1,a_2)$與向量$\overrightarrow{b}=(b_1,b_2)$平行

(2)向量$\overrightarrow{a}=(a_1,a_2)$與向量$\overrightarrow{b}=(b_1,b_2)$夾角的餘弦值為 1

(3) $O(0,0),A(a_1,a_2),B(b_1,b_2)$三點共線

(4)二元一次方程組$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$有無限多組解

(5) 二元一次方程組$\begin{cases} a_1x+b_1y=0 \\ a_2x+b_2y=0 \end{cases}$有無限多組解

3. 已知坐標平面上兩直線$L_1: 4x+3y=22$及$L_2: \begin{cases} x=-11+12t \\ y=1+5t \end{cases}$,$t$為實數 ，請選出正確的選項。

(1)兩直線L_1與L_2相交於點$(4,2)$

(2)向量$\overrightarrow{n}=(8,6)$是L_1的一個法向量

(3)過點$(-1,2)$且與L_2平行的直線方程式為$12x+5y+2=0$

(4)兩直線L_1與L_2夾角的正弦值為$\dfrac{63}{65}$

(5)兩直線L_1與L_2的銳角平分線方程式為$3x+11y-69=0$

4. 已知坐標平面上三點$A(-1,2)$, $B(3,5)$, $C(10,-3)$，設點P在線段$\overline{AB}$上，且向量$\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AC}$，請選出正確的選項。

(1)點Q軌跡的參數式可為$\begin{cases} x=10+4t \\ y=-3+3t \end{cases}$,$t$為實數

(2)向量$\overrightarrow{AQ}$可能與向量$\overrightarrow{AB}$垂直

(3)兩向量內積$\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$之最大值為175

(4)四邊形$ABQC$之最大面積為53

(5)若直線$y=mx$恆與線段$\overline{AB}$相交，則$-2\le m\le\dfrac{5}{3}$

5. 設點G為ΔABC之重心，已知$\overline{GA}=5, \overline{GB}=6, \overline{GC}=7$，請選出正確的選項。

(1) $\overrightarrow{GB}\cdot\overrightarrow{GC}=-30$　　(2)$\left|\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}+3\overrightarrow{GC}\right|=4\sqrt{22}$　　(3)$\cos(\angle BGC)=-\dfrac{5}{7}$

(4)$\overline{BC}=\sqrt{145}$　　(5)ΔABC的面積為45

6.在ΔABC的三邊$\overline{BC},\overline{CA},\overline{AB}$上分別取一點$D,E,F$，其中$\overline{AD},\overline{BE},\overline{CF}$交於點$P$，已知$\overline{BP}:\overline{PE}=2:1$，且$\overline{AE}:\overline{EC}=3:7$，請選出正確的選項。

(1) $\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$　(2) $\overrightarrow{AD}=\frac{5}{8}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{8}\overrightarrow{AC}$　(3) $\overrightarrow{PA}=\frac{8}{7}\overrightarrow{PD}$

(4) $\overline{AF}:\overline{FB}=5:7$　(5) $(\Delta PAB\text{面積}):(\Delta PBC\text{面積}):(\Delta PCA\text{面積})=3:5:7$

三、填充題：(10格，每格6分，共60分)

1. 若正三角形ABC的邊長為1，則兩向量內積$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$之值為___(1)___。

2. 已知坐標平面上三點$A(0,0),B(3,4),C(2,0)$，若向量$\overrightarrow{AD}$平分$\overrightarrow{AB}$與$\overrightarrow{AC}$的夾角，且$\left|\overrightarrow{AD}\right|=\sqrt{5}$，則$\overrightarrow{AD}=$___(2)___。

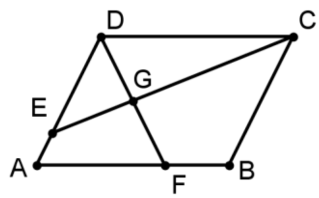
3.已知坐標平面上兩點$A(5,3),B(-2,4)$，則向量$\overrightarrow{AB}$在直線$2x+y+3=0$上之正射影為___(3)___。

4. 已知一正三角形的外心為點$O(1,2)$，若此三角形一邊所在直線方程式為$L:2x-3y-9=0$，則此三角形面積為___(4)___單位平方。

5. 已知由兩向量$\vec{u},\vec{v}$所張出之平行四邊形面積為15平方單位，則由向量$\vec{u}-4\vec{v}$與向量$3\vec{u}+2\vec{v}$所張出之三角形面積為___(5)___平方單位。

6. 若方程組$\begin{cases}kx+4y=3x\\-2x+y=ky\end{cases}$有無限多組解，則$k$之值可能為___(6)___。

7. 如圖，平行四邊形$ABCD$中，已知$\overline{AE}:\overline{ED}=1:3$，$\overline{AF}:\overline{FB}=2:1$，且線段$\overline{CE}$與$\overline{DF}$相交於點$G$，若向量$\overrightarrow{AG}=x\overrightarrow{AC}+y\overrightarrow{AD}$，則數對$(x,y)=$___(7)___。



8. 在ΔABC中，點D為$\overline{BC}$邊上一點，已知$\overline{BD}:\overline{DC}=1:2,\overline{AD}=2\sqrt{2}$，且$\angle BAC=120^\circ$，則兩向量內積$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$之最小值為___(8)___。

9. 已知坐標平面上兩點$O(0,0),A(1,2)$，若點P為圓$x^2+y^2-8x+6y=0$上一動

點，則兩向量內積 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}$ 之最大值為__(9)__。

10.若點 P 為圓 $(x-10)^2+(y+1)^2=4$ 上一動點，且點 Q 為線段

$\begin{cases} x=-1+4t \\ y=2+3t \end{cases},0\le t\le 1$ 上一動點，則線段 $\overline{PQ}$ 長度的範圍為__(10)__。