

102 學年度第一學期第一次定期考高二數學試題

一、多重選擇題：共 4 題，每題 8 分，合計 32 分

(說明：每題至少有一個選項是正確的，每個選項答對得 2 分，答錯不倒扣；整題未作答者，不給分亦不扣分。)

1. 下列敘述哪些是正確的？

(A) 若 $\tan \theta = 2$ ，則 $\frac{2\sin \theta + 4\cos \theta}{3\sin \theta - 2\cos \theta} = 2$

(B) 若 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ ，則 $\sin 2\theta = -\frac{3}{8}$

(C) 若 $0^\circ < \theta < 45^\circ$ ，則 $\sqrt{1 - 2\sin \theta \cos \theta} = \cos \theta - \sin \theta$

(D) $a = \tan 225^\circ$ ， $b = \cos 127^\circ$ ， $c = \sin 53^\circ$ 之大小順序為 $a > b > c$

2. 設 a, b, c 分別為 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的對邊長，若在下述條件下解 $\triangle ABC$ ，哪些恰有一解？

(A) $b = 1, c = 2, \angle A = 60^\circ$

(B) $a = 5, \angle A = 30^\circ, \angle B = 45^\circ$

(C) $a = 1, b = 2, \angle A = 60^\circ$

(D) $a = \sqrt{3}, b = 2, \angle A = 60^\circ$

3. 設 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分別為 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的對邊長， a, b, c 對應的三高分別為 h_a, h_b, h_c ，則下列敘述哪些正確？

(A) $\sin A + \sin B < \sin C$

(B) $\sin \frac{A}{2} = \cos \left(\frac{B+C}{2} \right)$

(C) 若 $\triangle ABC$ 之三高分別為 $h_a = 12, h_b = 15, h_c = 20$ ，則 $\triangle ABC$ 為直角三角形

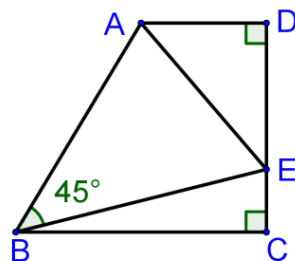
(D) 若 $\angle C = 90^\circ$ ，則 $a \cos A = b \cos B$

4. 如圖，已知梯形 $ABCD$ ，

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\angle ADE = \angle BCE = 90^\circ$ ，若

$\overline{BC} = 6, \overline{CD} = 5, \overline{AD} = 3$ ，點 E 在 \overline{CD} 上，且

$\angle ABE = 45^\circ$ ，則下列敘述哪些正確？



(A) $\tan(45^\circ + \angle EBC) = \frac{5}{3}$

(B) $\tan \angle EBC = \frac{1}{4}$

$$(C) \overline{CE} = 2$$

$$(D) \tan \angle AEB = 3$$

二、填充題：共 8 題，每題 6 分，合計 48 分

1. 若 $\frac{1 - \cos \theta}{4 + \sin^2 \theta} = \frac{1}{2}$ ，則 $(4 + \cos^3 \theta)(3 + \sin^3 \theta)$ 之值為 (1)。

2. 若已知 A, B 兩點的極坐標分別為 $A[2, 30^\circ], B[3, 90^\circ]$ ，則 \overline{AB} 之長為 (2)。

3. 若已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC} = 6, \angle A = 120^\circ$ ， $\angle A$ 的內角平分線 \overline{AD} 長為 2， D 點在 \overline{BC} 上，則 \overline{AB} 之長為 (3)。

4. 設 $\sin 250^\circ = k$ ，將 $\tan 290^\circ$ 以 k 表示為 (4)。

5. 多項式 $f(x) = 8x^3 - 6x$ 除以 $x - \sin 10^\circ$ 的餘式為 (5)。

6. 若已知 $\triangle ABC$ 的面積為 6，且 $\overline{BC} = 4, \overline{AC} = 5$ ，則 \overline{AB} 之長可能為 (6)。
(兩解)

7. 若已知 $\triangle ABC$ 中， $\cos B = \frac{3}{5}, \cos C = \frac{5}{13}, \overline{BC} = 14$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為 (7)。

8. 設 $90^\circ < \theta < 135^\circ$ ，若已知 $\sin^2(\theta + 15^\circ) - \sin^2(\theta - 15^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{4}$ ，則 $\tan \theta$ 之值為 (8)。

三、計算題：共 2 題，每題 10 分，合計 20 分

1. (1) 令 $t = \cos \theta$ ，若 $60^\circ \leq \theta \leq 240^\circ$ ，試求 t 的範圍。(2 分)

(2) 令 $t = \cos \theta$ ，試將 $\cos 2\theta + 2\cos \theta + 3$ 表示為 t 的二次多項式。(2 分)

(3) 若 $60^\circ \leq \theta \leq 240^\circ$ ，且 $\cos 2\theta + 2\cos \theta + 3$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，試求數對 (M, m) 。(6 分)

2. 如圖，已知圓內接四邊形 $ABCD$ 的各邊長為

$$\overline{AB} = 4, \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD} = 2, \text{ 試求下列問題：}$$

(1) 對角線 \overline{AC} 之長。(5 分)

(2) 四邊形 $ABCD$ 的面積。(5 分)

