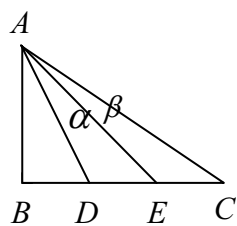


102 學年度第一學期第三次定期考高三數學甲試題

填充題：每題 5 分，共 20 題，總分 100 分

1. 設 a 為實數，且 $x^3 + ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有純虛根，則 $a =$ (1)。
2. 設甲袋中有藍球 3 個，白球 5 個，乙袋中有藍球 2 個，白球 1 個，紅球 2 個，今投擲一個公正的骰子，若出現點數為 3 或 6，則從甲袋任取一球，若出現點數為 1, 2, 4 或 5，則從乙袋任取一球。求選取一白球之機率為 (2)。
3. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ，則 $A^{98} =$ (3)。(各元全對才給分)
4. 化簡 $\sqrt{23 - 6\sqrt{6 - \sqrt{32}}}$ = (4)。
5. 設 $0 < x < 90^\circ$ ，則 $\log_8 \sin x + \log_8 \cos x$ 的最大值為 (5)。
6. 如右圖所示， $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC} = \frac{1}{2} \overline{AB}$ ，
 $\angle DAE = \alpha$ ， $\angle CAE = \beta$ ，則 $\tan(\alpha - \beta) =$ (6)。
7. 將拋物線 $y^2 = 4x$ 向左平移 k 個單位後，與 y 軸交於 A 、 B 兩點，新頂點 C 與 A 、 B 形成正三角形，則 $k =$ (7)。
8. 設 x 、 y 、 z 為實數，則 $\frac{3x - 2y - z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ 的最大值為 (8)。
9. 由點 $P(5, 2)$ 向圓 $C: x^2 + y^2 - 4x + 4y - 1 = 0$ 作二條切線，分別切圓 C 於 A 、 B 兩點，求 $\sin \angle APB =$ (9)。
10. 設 a 、 b 均為正整數，而方程式 $x^2 - ax + 15 = 0$ 與 $x^2 - bx + 3b - 1 = 0$ 有一共同根，且此共同根為質數，則 $b =$ (10)。
11. 以 $(0, 0, 0)$ ， $(2, 0, 0)$ ， $(0, 4, 0)$ ， $(0, 0, 6)$ 為頂點的四面體其內切球面半



徑為 (11)。

12. 設 x 是實數，則 $\left| x^2 - 5x \right| + x + 5$ 的最小值為 (12)。

13. $1 \times \left(1 - \frac{1}{30} \right) + \left(1 - \frac{1}{30} \right) \left(1 - \frac{2}{30} \right) + \left(1 - \frac{2}{30} \right) \left(1 - \frac{3}{30} \right) + \dots$
 $+ \left(1 - \frac{29}{30} \right) \left(1 - \frac{30}{30} \right)$ 的和為 (13)。

14. 通過空間中兩歪斜線 $L_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{1}$ 與 $L_2: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{-5}$ 的公垂線段長為 (14)。

15. 用 1、2、3、4、5 這五個數字作成四位數，數字可重複使用，則所作成的四位數中，各位數字和為 14 者有 (15) 個。

16. 已知一雙曲線以 F_1, F_2 為焦點，若通過 F_1 的焦弦 $\overline{AB} = 12$ ，且 $\triangle F_2AB$ 的周長為 32，此雙曲線的貫軸長為 (16)。

17. 容器內有 15 顆球，其中有 5 顆是紅色的，其他是白色。今從容器中隨意取出一球，若取出的球是紅色的，我們就將原球連同另外 10 顆紅球一起放回容器中；若取出的是白色球，則既不放回也不加球。然後再從容器中取第二個球。若第二個取出球為紅色，則此球為新放入的紅色球之機率為 (17)。(請化為最簡分數)

18. 設 $a = \sqrt{5} \sqrt[5]{5}$ ，則 a 的整數部分為 (18)。($\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$)

19. 設 a 為實數，使得 $a + \log_8 3$ 、 $a + \log_4 3$ 、 $a + \log_2 3$ 形成等比數列，則此等比數列的公比為 (19)。

20. (多重選擇題)

設兩變數 X 與 Y 的算術平均數分別 $\bar{X} = 10$ ， $\bar{Y} = 6$ ，標準差分別為 $\sigma_x = 3$ ，

$\sigma_y = 2$ ， Y 對 X 的迴歸直線通過點 $(5, 4)$ 。請選出正確的選項。

- (1) X 與 Y 為高度正相關
- (2) Y 對 X 的迴歸直線通過點 $(0, 2)$
- (3) 令 $X' = -2X$ ，則 X' 與 Y 的相關係數為 -0.3
- (4) 令 $X' = -2X$ ，則 Y 對 X' 的迴歸直線通過點 $(X' = 0, Y = 2)$
- (5) 令 $X' = X - 5$ ， $Y' = Y - 2$ ，則 Y' 對 X' 的迴歸直線通過點 $(X' = 0, Y' = 2)$

正確答案為 (20)。(錯 1 選項得 3 分，錯 2 選項得 1 分，其他得 0 分)