

102 學年度第一學期第一次定期考高三數學甲試題

一、單一選擇題：共 2 題 (10%)

將答案寫在答案欄，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 麵食部大叔欲了解本校學生對於麵食部的滿意度，在期末隨機抽樣高一、高二、高三學生各 200 名作調查。調查結果，滿意度的比例分別為 46%，53%，70%。已知本校高一、高二、高三學生人數幾乎一樣多。若在 95% 信心水準下，估計這三個年級的信賴區間長度分別為 l_1 , l_2 , l_3 ，則下列大小關係何者正確？
(A) $l_1 < l_2 < l_3$ (B) $l_2 < l_1 < l_3$ (C) $l_3 < l_2 < l_1$ (D) $l_3 < l_1 < l_2$
(E) $l_2 < l_3 < l_1$.
2. 丟一枚均勻硬幣 10 次，恰好出現 n 次正面的機率記為 p_n ，選出正確的選項：
(A) $p_5 = \frac{1}{2}$ (B) $p_0, p_1, p_2, \dots, p_{10}$ 中的最大值是 p_5 (C) $p_3 > p_7$ (D) $p_3 > p_5$ (E) $p_0, p_1, p_2, \dots, p_{10}$ 的平均值為 0.5 .

二、多重選擇題：共 3 題(24%)

將答案寫在答案欄，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 4 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

1. 以隨機變數 X 表示投擲一顆公正骰子出現的點數，且 $E(X)$ 表示隨機變數 X 的期望值， $Var(X)$ 表示隨機變數 X 的變異數。若令隨機變數 $Y=6X+20$ ， $Z=6X$ ， $W=X^2$ ，則下列哪些敘述正確？
(A) $3 < E(X) < 4$ (B) $E(X) < E(W) < E(Y)$
(C) $E(W) = (E(X))^2$ (D) $Var(Y) = Var(Z)$

(E) $Var(X) = Var(Z)$

2. 投擲一均勻硬幣4次，設隨機變數 X 表示出現正面的次數，則下列**哪些**選項正確？

(A) $P(X=2) = \frac{1}{4}$ (B) X 的期望值 $E(X) = \mu = 2$ (C) X 的變異數 $Var(X) = 1$

(D) X 的標準差為 $\sigma = 1$ (E) $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = \frac{5}{8}$.

3. 政府欲推行12年國教，在一次民意調查中，成功訪問了1600位成年民眾，其中有1024位的民眾贊成12年國教，在95%的信心水準下，則下列**哪些**敘述正確？

(A) 根據此次抽樣所得之95%信賴區間為[0.616, 0.664]

(B) 調查報告顯示，此次調查所得信賴區間有95%的機率會包含真正贊成12年國教的民眾比例

(C) 若重複作100次的抽樣，所得到的100個信賴區間中，大概會有95個包含真正贊成12年國教民眾的比例

(D) 在同樣的條件下，降低信心水準，抽樣誤差會提高

(E) 若想減少抽樣誤差，可以增加抽樣訪問民眾的人數。

三、填充題: 共 11 題(66%)

將答案寫在答案欄，每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

1. 將編號 1, 2, 3, 4 四個球隨意放入同樣編號為 1, 2, 3, 4 號的盒中，每盒放入一球，設隨機變數 X 為盒內之球的球號與盒號相同的個數，求 X 取值大於或等於 2 的機率 $P(X \geq 2)$ 為_____。
2. 一箱中有 10 個燈泡，但已知其中 3 個是不良的，今從箱中每次隨機取一個來檢驗，取後不放回，一直到取到一個好的為止，求取出燈泡個數的期望值為_____。

3. 箱中有 7 顆棋子，其中 4 顆是白棋，3 顆是黑棋。甲、乙兩人玩遊戲：從甲開始輪流，每人每次從袋中隨機抽一顆棋子，取後不放回，抽到最後一顆黑棋的人就贏得 700 元獎金，輸的人則沒有獎金，則甲獲得獎金的期望值為_____元。
4. 海關檢驗進口貨櫃中牛肉含瘦肉精的情況，若各件肉品含有過量瘦肉精與否是相互獨立的。依過去經驗：一件進口牛肉含有瘦肉精的機率為 p ；設 X 為一批 n 件進口牛肉含有過量瘦肉精的件數，若已知其期望值 $E(X)=2$ ，標準差 $\sigma=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ，依規定若有 2 件或 2 件以上含有過量瘦肉精，則需要整批沒收銷毀，求此 n 件進口牛肉整批不被銷毀的機率為_____。
5. 同時擲出 3 粒均勻骰子，設出現三個點數為連續整數的事件為 A ，今將「同時擲出 3 粒均勻骰子」的試驗做 162 次，若在 162 次中事件 A 發生了 X 次，得 X 的期望值為 μ 次與標準差為 σ 次，則數對 $(\mu, \sigma)=$ _____。
6. 若有一隨機變數 X 其機率分布如下表，且 $P(1 < X < 5) = \frac{5}{9}$ ，則數對 $(\alpha, \beta) =$ _____。

X	1	2	3	4	5	6
$P(X)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	α	$\frac{1}{3}$	β	$\frac{2}{9}$

7. 甲、乙兩人競技比賽，不得和局，若每局甲獲勝的機率為 $\frac{3}{4}$ ，且每局勝負不受前局勝負影響，今規定先勝 3 局者可得獎金 4800 元，當比賽進行至甲勝 2 局，乙勝 1 局時，因故終止比賽且不再比賽，若彼此同意依最終兩人贏得比賽之機率比值分配獎金，則甲應得_____元。
8. 在一箱子中裝有 9 個白球及 n 個黑球。今從箱子中任取一球檢視後放回，如此反覆取 k 次球之後，計算取得白球球數的期望值為 9 個，標準差為 2.4 個，則數對 $(n, k)=$ _____。

9. 依據資料顯示，某職棒聯盟打數超過 100 次的球員的打擊率呈常態分布。
已知 2013 年某職棒聯盟打數超過 100 次的球員有 600 位，其打擊率的平均值為 2 成 59 (即 0.259)，標準差為 0.032；則打擊率在 2 成 27 和 3 成 23 之間的球員約有_____位。(四捨五入取到整數)
10. 某候選人**辦公室**以隨機抽樣及電話訪問方式，成功的訪問了 2400 位有投票權的人，其中表達**對該候選人**支持的有 1440 位，則此次調查在 95% 信心水準下，其支持度的信賴區間為_____。
11. 某候選人想在投開票前預估自己的支持率，並且希望在 95 % 信心水準下，此信賴區間的抽樣誤差在 3 % 以內，請估計此候選人至少需要成功訪問調查 _____人。