102 學年度第一學期第一次定期考高三數學乙試題

第壹部分：選擇題(佔 60 分)

一、單選題（佔 20 分）說明：第 1 至 4 題為單一選擇題，每題答對得 5 分。

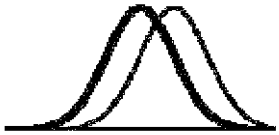
1. A、B 兩班有一樣多的學生參加數學定期考試，兩班學生測驗成績的分布都很接近常態分布，其中 A 班學生　平均分數為 65 分，標準差 5 分；B 班學生平均分數為 70 分，標準差 15 分。若**粗線**表示 A 班學生成績分布曲 線；**細線**表示 B 班學生成績分布曲線，則下列哪一個分布圖較為正確？

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)


2. 有一箱子，內有 3 黑球、2 白球與 1 紅球。有一遊戲，從箱子中任取出一球。假設每一顆球被取出的機率都相同，若取出黑球可得獎金 600 元，而取出白球可得 300 元，取出紅球則無獎金，則下列哪一個選項是此遊戲的獎金期望值？

(1) 200　(2)300　(3) 400　(4) 600　(5) 900　元。

3. 箱子中共有 2 顆紅球與 3 顆黑球，從中取 3 球，求取出紅球個數的標準差

(1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{3}{5}$ (4) $\frac{4}{5}$ (5)1 。

4. 甲、乙兩人對局遊戲，二人獲勝的機會均等，約定先勝 3 局者可得 400 元，今甲先勝 2 局後，因故無法繼續　進行比賽，現在依據機率概念來分獎金 400 元，則甲應分得多少元?

(1) 200　(2) 240　(3) 280　(4) 300　(5)350。

二、多選題（佔 40 分）說明：第 5 至 9 題，每題至少有一個選項是正確的。每題全部答對得 8 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個選項得 4 分，錯兩個得 2 分，錯三個或三個以上不給分。

5. 設一袋中有 n 支籤，其中有 r 支有獎，每支籤被抽中的機會均等。甲乙丙三人依次抽一支，取後不放回，則下列選項哪些是正確的?

(1)甲中獎的機率為 $\frac{r}{n}$　　(2)乙中獎的機率為 $\frac{r}{n}$

(3)丙中獎的機率為 $\frac{r}{n}$　　(4) 已知在甲中獎的條件下，乙中獎的機率為 $\frac{r}{n}$

(5)已知在甲、乙皆不中獎的條件下，丙中獎的機率為 $\frac{r}{n}$ 。

6. 擲一個六面分別刻上 1, 1, 1 , 2, 2 ,3 的公正骰子 n 次，設 P_n 表示此 n 次之點數和為偶數的機率，R_n 表示此 n 次之點數和為奇數的機率，則下列選項哪些是正確的? (1) $P_2=\frac{1}{2}$　(2) $R_3=\frac{14}{27}$　(3) 若 $P_{n+1}=aP_n+b$ ，則實數對 $(a,b)=(\frac{1}{3},\frac{2}{3})$ 。 (4) 若 $R_{n+1}=cR_n+d$ ，則實數對 $(c,d)=(-\frac{1}{3},\frac{2}{3})$　(5) 對所有大於 2 的自然數 n， $P_n>R_n$ 。

7. 某次數學定期考，設 X 表示參加考試 100 位同學的個人成績，已知平均分數 $\bar{x}=45$ 分，標準差 $S_X=5$ 分，因成績偏低，老師研議將每位同學成績依 $Y=\frac{10(X-\overline{X})}{S_X}+70$ 的方式作調整，則下列選項哪些是正確的？

(1) 甲生原始成績為 50 分，調整後成績為 80 分

(2) 新成績的平均分數 $\overline{Y}=60$ 分

(3) 新成績的標準差 $S_Y=10$ 分

(4) 全部原始成績的全距大於調整後成績的全距

(5) 若此測驗成績的分布為常態分配，經調整分數後達到及格分數 60 分的

人數超過 80 人。

註：常態分布：大約有 68%落在區間$(\overline{X}-S_X,\ \overline{X}+S_X)$**內，約有 95%落在區間**$(\overline{X}-2S_X,\ \overline{X}+2S_X)$**內，約有 99.7%落在區間**$(\overline{X}-3S_X,\ \overline{X}+3S_X)$**內。**

8. 某民調中心在甲、乙兩個城市調查民眾是否擔心物價上升的比率(以下簡稱「擔心率」)。結果如下：在 95%信心水準之下，在甲、乙兩城市的「擔心率」之信賴區間分別為[0.36,0.44]、[0.58,0.62]。試判斷下列選項哪些是正確的？

(1)此次調查中，甲城市有 40%的民眾物價上升擔心

(2)乙城市有 60%的民眾擔心物價上升

(3)甲城市的受訪人數比乙城市的受訪人數少

(4)甲、乙兩個城市的受訪人數皆超過 1000 人

(5)民調中心在甲城市再次進行民調，並增加訪問人數達原來調查人數的四倍，則在 95%信心水準之下，甲城市的「擔心率」之信賴區間寬度會減半。

9. 良心食品公司曾老闆嚴選其製作的牛肉乾，發現每包重量呈現平均值為 500 克，標準差為 10 克的常態分布（以 68％－95％－99.7％估算），則下列選項哪些是正確的？

(1) 任取一包，其重量未超過 480 克的比例為 5%

(2)若平均值不變，標準差變大，則重量超過 480 克的牛肉乾的比例一定會減少

(3)若平均值減少，標準差不變，則重量超過 480 克的牛肉乾的比例一定會增加

(4)曾老板批購 1000 包 牛肉乾，每包成本 50 元，重量超過 480 克的每包賣 100 元，其餘的淘汰不賣，則曾老板銷售的**總獲利**為 47500 元

(5)食品公司總裁要求改良製程，希望將標準差壓低至 6 克，且重量呈現平均值不變(仍為 500 克)的常態分布。若此目標達成，則重量超過 480 克的牛肉乾比例將大於 99.8%。

第貳部份 ：填充題 (佔 30 分) 說明：每題答對得 6 分。

1. 擲一枚公正的硬幣四次，令隨機變數 X 表示銅板出現的正面數，符號 $P(x>2)$ 表示出現銅板出現的正面次數大於 2 的機率，求 $P(x>2)$ 的值 =_____。

2. 若根據統計台灣地區的青年由 18 歲活到 19 歲的機率為 0.995，令某位 18 歲的青年向某保險公司投保一年的壽險，保額 10 萬元，保險費 2000 元，則保險公司獲利的期望值為_____元。

3. 設甲、乙、丙三人譯出密碼的機率各為 $\frac{2}{5}$ 、$\frac{1}{4}$ 、$\frac{1}{3}$，今三人各譯一份密碼且三人間互不影響，已知密碼被譯出來，其中甲譯出密碼的機率為_____。

4. 每次投擲公正銅幣三枚，若三枚均出現同一面，則可得 1 分，否則沒有得分。今連投 6 次，若機會均等且假設每次投幣均互不影響，則恰得 3 分的機率為_____。

5. 投擲一個公正的骰子 n 次，若要使至少出現一次 1 點的機率超過 0.95，則 n 的最小值為_____。 (其中 $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771, \log 7 = 0.8451$)。

6. 一個試驗想估計一枚銅板出現正面的比率 p 落在哪個範圍？可丟銅板 16 次，用下列亂數表的第一列來模擬：

亂數表第一列號碼分別為　5646　0713　5457　6312

上面每一個**亂數表**數字 k 代表丟一枚銅板出現正面或反面，其規則如下：號碼 0 ～ 4 表丟出反面，即 $x_i=0$； 5 ～ 9 表丟出正面，即 $x_i=1$。試求此銅板出現正面比率 p 的 95%信賴區間為_____。(計算銅板出現正面的機率在 95%信心水準下的信賴區間：$[\hat{p}-2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p}+2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}]$)

第叁部份 ：證明題 (佔 10 分)

將 n 個球任意分配到三個箱中，求(1)恰有 2 個空箱的機率 (4 分) ，(2)分配後空箱子個數的期望值。(6 分)