

102 學年度第一學期第二次定期考高一數學試題

一、多選題：答對一個選項得 1.4 分，答錯不扣分。共 28 分。

1. 設 a 、 b 、 c 為實數。若二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形通過 $(0, -1)$ 且與 x 軸相切，則下列選項何者為真？

(1) $a < 0$ (2) $b > 0$ (3) $c = -1$ (4) $b^2 + 4ac = 0$ (5) $a + b + c \leq 0$ 。

2. 設多項式 $f(x)$ 被 $ax - b (a \neq 0)$ 除之商為 $q(x)$ ，餘式為 r ，下列何者為真？

(1) 以 $x - \frac{b}{a}$ 除 $f(x)$ 之餘式為 ar 。 (2) $f(bx)$ 被 $ax - 1$ 除之餘式為 r 。

(3) $f(bx)$ 被 $ax - 1$ 除之商為 $bq(x)$ 。 (4) $af(x)$ 被 $x - \frac{b}{a}$ 除之餘式為 ar 。

(5) $xf(x)$ 被 $x - \frac{b}{a}$ 除之餘式為 $\frac{br}{a}$ 。

3. 設 $\deg f_n(x) = n \geq 1$ ， $n \in \mathbb{N}$ ，已知 $f_n(x)$ 在 $x = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$ 之值 0，且 $f_n(n) = 1$ ，則

(1) $f_2(x) = \frac{x^2 - x}{2}$ (2) $f_3(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{6}$

(3) 對一般的自然數 n ， $f_n(x)$ 無法確定 (4) $f_4(8) = 56$ (5) $f_5(8) = 56$ 。

4. 設 $f(x)$ 為三次實係數多項式，且知複數 $1 + i$ 為 $f(x) = 0$ 之一解。試問下列哪些敘述是正確的？

(1) $f(1 - i) = 0$ (2) $f(2 + i) \neq 0$ (3) 沒有實數 x 滿足 $f(x) = x$

(4) 沒有實數 x 滿足 $f(x^3) = 0$ (5) 若 $f(0) > 0$ 且 $f(2) < 0$ ，則 $f(4) < 0$ 。

二、填充題：每格 6 分，共 72 分。

5. 設 $f(x) = 16x^3 + 12x^2 + 8x + 8 = a(2x+1)^3 + b(2x+1)^2 + c(2x+1) + d$ ，求 $f(-0.4995)$ 的近似值到小數到第三位：_____。

6. 設 x 的多項式 $f(x)$ 滿足 $f(x+1) - f(x) = 2x - 3$ 且 $f(0) = 2$ ，則符合條件的最低次 $f(x) =$ _____。

7. 設 $\deg f(x) \geq 4$ ，且 $f(x)$ 除以 $(x-1)^2$ 、 $(x-2)^2$ 之餘式分別為 $2x+3$ 、 $5x+1$ ，則 $f(x)$ 除以 $(x-1)^2(x-2)$ 之餘式為_____。
8. 已知 $f(x)$ 為三次式且 $f(1) = 3$ ， $f(3) = 1$ ， $f(5) = 7$ ， $f(7) = 5$ ，則 $f(9) =$ _____。
9. 若 $x, y \in \mathbb{R}$ ，當 $f(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2 + 4x + 5y + 6$ 發生最小值時數對 $(x, y) =$ _____。
10. 設 m 為實數，若二次函數 $y = mx^2 + 10x + m + 6$ 的圖形在直線 $y = 2$ 上方，則 m 值範圍為_____。
11. 解方程式 $2x^4 - x^3 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow x =$ _____。
12. 設 $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 5x + 4}$ ，求滿足 $0 < y < 1$ 之 x 值的範圍_____。
13. 解方程式 $2x^2 - 6x - 5\sqrt{x^2 - 3x - 1} = 5 \Rightarrow x =$ _____。
14. 設 x 為一正實數且滿足 $x \cdot 3^x = 3^{18}$ ；若 x 落在連續正整數 k 與 $k+1$ 之間，則 $k =$ _____。
15. 若 $a \in \mathbb{R}$ ，方程式 $25^x - 5^{x+1} + a = 0$ 有兩正根，求 a 的範圍_____。
16. 若方程式 $4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 8 = 0$ 之兩根為 α 、 β ，則 $\alpha + \beta =$ _____。