

## 102 學年度第一學期第三次定期考高一數學試題

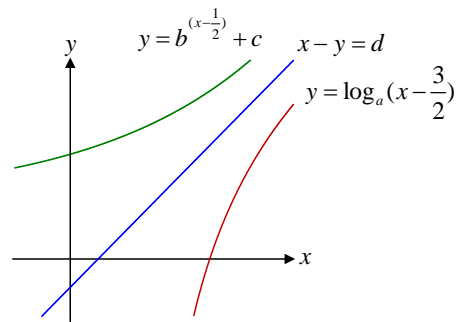
一、多重選擇題（每題 8 分，只答錯 1 選項得 5 分，只答錯 2 選項得 2 分，答錯 3 選項以上得 0 分，共計 32 分）

1. 下列關於指、對數函數圖形的敘述，哪些是正確的？

- (1) 若  $0 < a < 1$ ，則  $y = a^x$  之圖形與  $y = \log_a x$  之圖形恰有一個交點
- (2)  $y = \log_8 x$  之圖形與  $y = \log_{0.125} x$  之圖形對稱於  $x$  軸
- (3)  $y = a^x$  之圖形與  $y = \log_{a^2} x^2$  之圖形對稱於直線  $y = x$
- (4) 若  $a > 0$  且  $a \neq 1$ ，則  $\frac{a^{x_1} + 2a^{x_2}}{3} \geq a^{\frac{x_1 + 2x_2}{3}}$
- (5) 若  $a > 0$  且  $a \neq 1$ ，則  $\frac{\log_a x_1 + \log_a x_2}{2} \geq \log_a \left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$

2. 如右圖，將  $y = \log_a x$  與  $y = b^x$  之圖形經過

「平移」後，變為  $y = \log_a \left(x - \frac{3}{2}\right)$  與  $y = b^{\left(x - \frac{1}{2}\right)} + c$  之圖形。已知平移後之二函數圖形對稱於直線  $x - y = d$ ，則下列哪些敘述是正確的？



- (1)  $a = b > 1$
- (2)  $c > 2d$
- (3)  $a > c > d$
- (4)  $\log 3 < d < \log 4$
- (5)  $y = \log_a x$  與  $y = b^x$  之圖形沒有交點

3. 請問下列哪些大小關係是正確的？

- (1)  $2^{3.7} > 2^{0.6} > 2^{-\sqrt{2}}$
- (2)  $0.3^{3.7} > 0.3^{0.6} > 0.3^{-\sqrt{2}}$
- (3)  $3^{-\sqrt{2}} > 2^{-\sqrt{2}} > 0.3^{-\sqrt{2}}$
- (4)  $\log_3 3.7 > \log_2 3.7 > \log_{0.3} 3.7$
- (5)  $\log_{0.3} 0.6 > \log_3 0.6 > \log_2 0.6$

4. 已知正整數  $a$  之最高位數字為 5，且  $\log a$  之首數為  $n$ 、尾數為  $b$ ，則下列哪

些敘述是正確的？

- (1)  $a^2$  為  $(2n+1)$  位數
- (2)  $\log a^2$  之尾數小於 0.6
- (3)  $\log\left(\frac{1}{a}\right)$  之首數為  $-n$
- (4)  $\frac{1}{a}$  從小數點後第  $(n+1)$  位開始出現不為 0 的數字
- (5)  $\frac{1}{a}$  小數點後第一個不為 0 的數字小於 3

二、填充題（每題 6 分，共計 60 分）

1. 化簡  $25^{\log_5 9} + \log_7 9 \cdot \log_3 8 \cdot \log_{0.125} 49$  之值為 \_\_\_\_\_。
2. 已知  $a^{0.3} = 32$ ，則  $\log_2 a^{0.09} =$  \_\_\_\_\_。
3. 解指數不等式： $\left(\frac{4}{3}\right)^{-x^2 + \frac{3}{2}x + 1} < \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-4x + 1}$ ，得  $x$  之範圍為 \_\_\_\_\_。
4. 解對數方程式： $\log_3(3x^2) \cdot \log_3\left(\frac{x}{3}\right) - 2\log_3 x - 1 = 0$ ，得  $x$  之解為 \_\_\_\_\_。
5. 解對數不等式： $\log_2\left(\log_{\frac{1}{3}}(2x-1)\right) < 0$ ，得  $x$  之範圍為 \_\_\_\_\_。
6. 設  $x$  為實數，則  $f(x) = 2(4^x + 4^{-x}) - 3(2^x + 2^{-x}) + 1$  之最小值為 \_\_\_\_\_。
7. 設  $x > 0$ ，若  $f(x) = (32x)^{7 - \log_2 x}$  在  $x = a$  時有最大值  $M$ ，則數對  $(a, M) =$  \_\_\_\_\_。
8. 若方程式  $\log_a |x| + 2x^2 - 11 = 0$  恰有二實根  $\alpha, \beta$ ，且已知  $|\alpha - \beta| = 4$ ，則  $a$  之值為 \_\_\_\_\_。
9. 已知  $\log 8.34 = 0.9212$ ， $\log 8.35 = 0.9217$ ，若  $\log a = 2.9213$ ，求  $a$  之值為 \_\_\_\_\_。
10. 試求使等比級數  $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n$  為 13 位數的所有  $n$  值為 \_\_\_\_\_。

### 三、計算題（8分）

1. 建忠於申請入學如願考上了台大醫學系，為了培養他成為一流的醫師，爸爸從大一開始於每年年初將 20 萬元存入銀行，作為他未來出國深造的基金。已知銀行存款的年利率為 3%，以一年為一期於每年年底複利計息一次，則建忠在七年後醫學院畢業的當年年底可獲得多少留學基金？

（已知 $1.03^6 = 1.1940$ ， $1.03^7 = 1.2298$ ， $1.03^8 = 1.2667$ ）