101 年度第二學期第二次定期考高二自然組數學試題

第壹部分：選擇題(佔 34 分)

一、單選題（**18** 分）說明：第 **1** 至 **3** 題為單一選擇題，每題答對得 **6** 分，答錯不倒扣。

1. 下列何者與 $A\,(1\,,2\,,3)$，$B\,(5\,,7\,,-3)$，$C\,(1\,,1\,,-3)$三點共面?

(A)(2 , 4 , 5)　(B)(3 , 2 , 1)　(C)(1 , 0 , 1)　(D)(1 , 5 , − 3)　(E)(2 , 3, 0)

2. 選出經過一系列的列運算後可以化成$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$的矩陣：

(A)$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$　(B)$\begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -7 & 0 \end{bmatrix}$　(C)$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$　(D)$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 6 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

(E)$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 & 5 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

3. 試利用高斯消去等方法，解出滿足三元一次聯立方程式$\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x+3y+z=6 \\ 3x+4y+2z=8 \end{cases}$的

$(x\,,y\,,z)$，則此時 $x^2+y^2+z^2$ 之最小值為

(A)0　(B)$\frac{1}{3}$　(C)$\frac{5}{3}$　(D)$\frac{10}{3}$　(E)$\frac{13}{3}$.

二、多重選擇題（**16** 分）說明：第 **4** 至 **5** 題，每題至少有一個選項是正確的。每題全部答對得 **8** 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個選項得 **4** 分，錯兩個選項得 **2** 分，錯三個以上選項不給分。

4. 關於直線 L：$\begin{cases} x+2y-z=1 \\ 2x+y-z=0 \end{cases}$，選出正確的選項：

(A)L 的一個方向向量為(1 , 1 , 3)　　(B)點(2 , 3 , 7)在 L 上

(C)L 與直線$\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{3}$平行　　(D)$L$ 與平面 $x+2y-z=1$ 平行

(E)L 落在平面 $3x+3y-2z=1$ 上．

5. 設 A，B 皆為 n 階方陣，O 為 n 階零矩陣．則下列各敘述何者正確?

(A)若 $A=O$，則 $AB=BA=O$　　(B)若 $AB=O$，則 $BA=O$

(C)若 $AB=O$，則 $A=O$ 或 $B=O$　　(D)若 $A\neq O$ 且 $B\neq O$，則 $AB\neq O$

(E)若 $A-B=O$，則 $A^2-AB=O$．

第貳部份：填充題 (佔 66 分)　**說明：第 1 至 11 格每格答對得 6 分，答錯不倒扣。**

1. 已知 $A(5,1)$，$B(1,3)$，$C(1,1)$，若通過 A，B，C 三點之圓方程式為 $x^2+y^2+dx+ey+f=0$，求序組(d,e,f)之值為___(1)___。

2. 通過點 $A(1,3,5)$，且與三坐標軸之截距比為 1：3：5 之平面方程式為___(2)___。

3. 設 $A=\begin{bmatrix}1&-4&5\\4&2&0\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}1&-2&-3\\-2&-4&6\end{bmatrix}$，若 $5X-A+B=2A+3X$，則

$X=$ ___(3)___。(錯一項得 3 分，錯兩項或以上得 0 分)

4. 若 $A(a,1,-1)$，$B(2,3,1)$，$C(a,1,0)$，$D(a+2,0,4)$共平面，則 $a=$ ___(4)___。

5. 已知點 $P(5,1,2)$，平面 E：$3x+2y+z=5$，則 P 點對於平面 E 的對稱點 P' 之坐標為___(5)___。

6. 設 $A=\begin{bmatrix}1&3\\1&2\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}8\\7\end{bmatrix}$，且矩陣 $X=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$滿足 $AX=B$，則 $X=$ ___(6)___。

7. 已知 $A=\begin{bmatrix}1&-3&2\\2&1&-3\\4&-3&-1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}6&-4&9\\-3&5&-1\\7&-2&8\end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix}-6&4&-9\\3&-5&1\\-7&2&-7\end{bmatrix}$,則矩陣 $BA+CA=$

(7)___。(錯一項得 3 分，錯兩項或以上得 0 分)

8. 設 A，B 二箱中，A 箱內有兩球，一黑一白，B 箱內有一白球．甲乙二人輪流取球，每次先由甲自 A 箱內任取一球，放入 B 箱內，再由乙自 B 箱內任取一球，放入 A 箱內，這樣稱為一局．那麼當第三局結束時，A 箱內兩球

為一黑一白之機率為___(8)___。（請將答案化成最簡分數，答案正確而未化成最簡分數者得 3 分）

9.已知聯立方程式$\begin{cases} x-y-2z=3 \\ 2x+3y+z=1 \\ ax+2y-z=b \end{cases}$有無限多組解，則數對$(a，b)$=___(9)___。

10.已知直線$L_1:\begin{cases} x+y=1 \\ z=0 \end{cases}$與 z 軸不共平面，則在 L_1 上，距離 z 軸最近之 P 點坐標為___(10)___；L_1 與 z 軸最近的距離為___(11)___。