

# 101 年度第二學期第三次定期考高二數學(社)試題

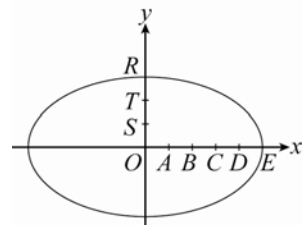
## 一、單一選擇題：(每題 6 分，共 12 分)

1. 右圖橢圓中，在長軸、短軸上各有幾個點，而且

$$\overline{OA} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{OS} = \overline{ST} = \overline{TR},$$

則下列哪一點是此橢圓的焦點？

- (1)  $A$  (2)  $B$  (3)  $C$  (4)  $D$  (5)  $T$ 。



2. 滿足  $\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = \frac{|2x+3y-5|}{\sqrt{13}}$  的  $P$  點軌跡為

- (1) 拋物線 (2) 雙曲線 (3) 橢圓 (4) 一直線 (5) 線段。

二、多選題：(每題全對給 8 分，答錯 1 個選項得 4 分，答錯 2 個得 2 分，錯 3 個或 3 個以上得 0 分)

1. 設  $a, b, c$  為實數，且拋物線  $y^2 + by + c = ax$  ( $a > 0$ ) 之正焦弦恰為圓  $C$ ：

$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$  之一直徑，則下列選項哪些是正確的？

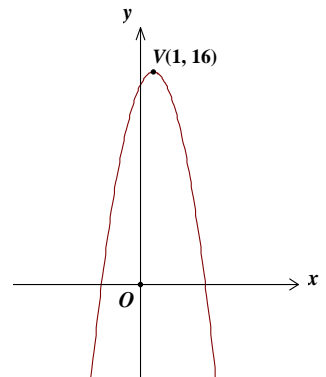
- (1) 拋物線的正焦弦長為 4 (2) 拋物線的準線為  $y$  軸  
 (3) 拋物線的頂點坐標為  $(2, -1)$  (4) 拋物線的對稱軸方程式為  $x=2$   
 (5)  $a+b+c=11$ 。

2. 在坐標平面上  $A(1, 0)$ 、 $B(5, 0)$ 、 $P(x, y)$ ，則下列何者正確？

- (1) 若  $\overline{AP} + \overline{BP} = 4$ ，則  $P$  的軌跡為一條線段。 (2) 若  $\overline{AP} + \overline{BP} = 5$ ，則  $P$  的軌跡為一個橢圓。  
 (3) 若  $|\overline{AP} - \overline{BP}| = 3$ ，則  $P$  的軌跡為雙曲線。 (4) 若  $|\overline{AP} - \overline{BP}| = 4$ ，則  $P$  的軌跡為兩條射線。  
 (5) 若  $\overline{AP} - \overline{BP} = 0$ ，則  $P$  的軌跡為一點。

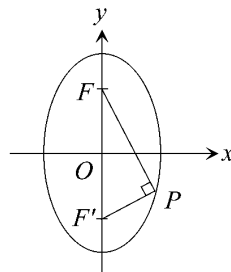
三、填充題：(每格 8 分，共 72 分)

1. 設  $A(1, 5)$ 、 $B(1, -3)$  為拋物線  $\Gamma$  正焦弦的兩個端點，若  $\Gamma$  的頂點在第一象限，則此拋物線  $\Gamma$  的方程式為\_\_\_\_\_。

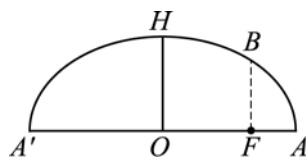


2. 設拋物線之頂點(1,16)其軸平行  $y$  軸，若其圖形截  $x$  軸所得線段之長為 8，則此拋物線方程式為\_\_\_\_\_。

3. 設  $P$  為橢圓  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$  上的一點，兩焦點  $F, F'$  在  $y$  軸上且  $\overline{FF'} = 10$ 。若  $\overline{PF} = 2\overline{PF'}$  且  $\angle FPF' = 90^\circ$ ，則此橢圓長軸長為\_\_\_\_\_。



4. 如圖，有一座側看為半橢圓形的大橋，此橋中心點為  $O$ 。若全長  $\overline{AA'} = 50$  公尺(橢圓之長軸長)，鋼架的最高點  $H$  時， $\overline{OH} = 15$  公尺(橢圓之半短軸長)，則距離  $A$  點 5 公尺的  $F$  點處，鋼架的高度為\_\_\_\_\_公尺。



5. 雙曲線  $\frac{(x-1)^2}{16} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$  的漸近線方程式為 \_\_\_\_\_。(答案有兩解，均化為  $ax + by + c = 0$  的形式)

6. 已知雙曲線  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{6} = 1$  和橢圓  $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$  有相同的焦點  $F_1$  和  $F_2$ ，若點  $P$  是兩條曲線的一個交點，則  $\overline{PF_1} \cdot \overline{PF_2} =$  \_\_\_\_\_。

7. 在坐標平面上，以  $(-1, 1), (3, 1)$  為焦點，且通過點  $(3, 4)$  畫一雙曲線。則此雙曲線標準式為\_\_\_\_\_。

8. 設  $k$  為實數，若方程式  $\frac{x^2}{7-k} + \frac{y^2}{2-k} = 1$  的圖為貫軸與  $x$  軸平行之雙曲線，則  $k$  的範圍為 \_\_\_\_\_。

9. 如圖，圓  $O$  的半徑為 10， $F$  的坐標為  $(6, 0)$ ， $Q$  為圓  $O$  上動點。若  $P$  為  $\overline{FQ}$  的中垂線與  $\overline{OQ}$  的交點，則當點  $Q$  在圓  $O$  上移動時，動點  $P$  的軌跡方程式為\_\_\_\_\_。

