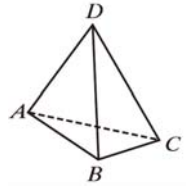


101 年度第二學期第一次定期考高二數學試題

一、單一選擇題：共 2 題 (10%，將答案寫在答案欄，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或多於一個選項者，該題以零分計算)

1. 下圖的四面體 $A-BCD$ 中，若 $\overline{DA} = \overline{DB} = \overline{DC}$ ，則頂點 D 在平面 ABC 上之投影點必為三角形 ABC 之



(A)重心 (B)外心 (C)內心 (D)垂心 (E)無法判斷.

2. 右圖的長方體 $ABCD-EFGH$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AD} = 2$ ， $\overline{AE} = 1$ ，則下列哪一個值最大？(A) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CG}$ (B) $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{HF}$ (C) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{EC}$ (D) $\overrightarrow{FB} \cdot \overrightarrow{EH}$ (E) $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{HB}$

二、多重選擇題：共 3 題(24%，將答案寫在答案欄，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 4 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。)

1. 關於空間中的直線與平面，下列哪些敘述是正確的？

(A)設空間中相異兩平面 E_1, E_2 交於一直線 L ，若 L 垂直於另一平面 E_3 ，則 E_1, E_2 均與 E_3 垂直

(B)空間中三相異直線 L_1, L_2, L_3 ，若 $L_1 \perp L_3$ 且 $L_2 \perp L_3$ ，則 $L_1 \parallel L_2$

(C)空間中兩相異直線 L_1, L_2 及平面 E ，若 $L_1 \parallel E$ 且 $L_2 \parallel E$ ，則 $L_1 \parallel L_2$

(D)空間中兩相異直線 L_1, L_2 ，則必存在另一直線 L_3 使得 $L_3 \perp L_1$ 且 $L_3 \perp L_2$

(E)空間中一直線 L ，若 P 點在 L 上，則過 P 點且與 L 垂直的所有直線皆落在同一平面上。

2. 設 $A(1, -1, 7)$ ， $B(-4, -2, 1)$ ， $C(3, 1, 8)$ ，則下列哪些敘述是正確的？

(A) \overrightarrow{AB} 與 \overrightarrow{AC} 夾角為銳角

(B) \overrightarrow{AB} 在 \overrightarrow{AC} 上之正射影為 $(4, 4, 2)$

(C) B 點對直線 AC 的投影點坐標為 $(-3, -5, 5)$

(D) B 點到直線 AC 之距離大於 6

(E) $\triangle ABC$ 之面積小於 8

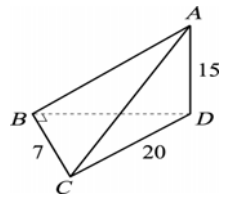
3. 若 $a, b, c \in \mathbb{R}$ ，且 $abc \neq 0$ ，則下列哪些行列式之值為 0？

(A) $\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} a-b & b-c & c-a \\ b-c & c-a & a-b \\ c-a & a-b & b-c \end{vmatrix}$ (C) $\begin{vmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & c & 0 \end{vmatrix}$

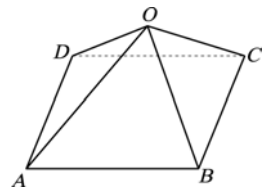
(D) $\begin{vmatrix} 1 & 4a^2 & a^2+k^2 \\ 1 & 4b^2 & b^2+k^2 \\ 1 & 4c^2 & c^2+k^2 \end{vmatrix}$ ，其中 k 為任意實數。 (E) $\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ -a & -b & -c \\ -b & -c & -a \end{vmatrix}$

三、填充題：共 11 題(66%，每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。)

1. 右圖， $ABCD$ 為四面體，已知 \overline{AD} 垂直於平面 BCD ，
 $\overline{BC} \perp \overline{BD}$ ，且 $\overline{AD} = 15$ ， $\overline{CD} = 20$ ， $\overline{BC} = 7$ 。若平面 ABC 與
 平面 BCD 的夾角為 θ ，則 $\sin\theta$ 之值為_____。(化成最
 簡分數)



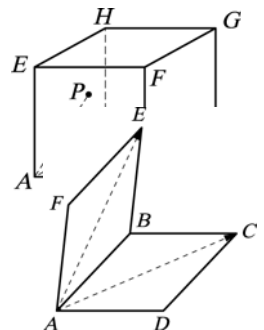
2. 右圖是一個正四角錐，它的底面是一個邊長為 4 的正方
 形，此正四角錐的高為 3，兩相鄰側面的夾角為 θ ，則
 $\cos\theta =$ _____。(化成最簡分數)



3. 設 $A(0, 2, 1)$ ， $B(1, 3, -1)$ ， $C(1, 1, -1)$ ，求
 在空間中與 A, B, C 三點等距離且與原點 O 最近之點的坐標
 為_____。(各坐標若為分數，須化成最簡分數)

4. 如右圖所示， $ABCD-EFGH$ 為邊長等於 1 之正立方體。若
 P 點在立方體之內部且滿足 $\vec{AP} = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD} +$

$\frac{2}{3}\vec{AE}$ ，則 P 點至直線 AB 之距離為_____。(化成最簡



分數)

5. 空間中，以 \overline{AB} 為共同邊的兩正方形 $ABCD$ 、 $ABEF$ ，其邊長皆為 4，已知內積 $\vec{AD} \cdot \vec{AF} = 11$ ，則 $\vec{AC} \cdot \vec{AE} =$ _____。

6. 設 a, b, c 為 $x^3 - 2x^2 + 3x - 4 = 0$ 的三根，求 $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix}$ 的值
為_____。

7. 設 $\vec{u} = (-2, 1, 1)$ ， $\vec{v} = (5, -5, 2)$ ， $\vec{w} = 2\vec{u} + k\vec{v}$ ， k 為實數，若 \vec{w} 平分 \vec{u} 和 \vec{v} 的夾角，則 $k =$ _____。(化成最簡分數)

8. 設 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{AB} = 7$ ，若 P 為 $\triangle ABC$ 內的任意一點，且 P 到 \overline{BC} ， \overline{AC} ， \overline{AB} 三邊的距離分別為 x, y, z ，求 $\frac{5}{x} + \frac{6}{y} + \frac{7}{z}$ 的最小值為_____。(化成最簡根式)

9. 設空間中有兩點 $P(x, y, z)$ ， $Q(2, -1, 3)$ ，若 $\overline{PQ} = 2$ ，則 $2x - 2y + z$ 之最大值為_____。

10. 若四面體 $OABC$ 中， \vec{OA} ， \vec{OB} ， \vec{OC} 兩兩垂直，若 $\triangle OAB$ ， $\triangle OBC$ ， $\triangle OCA$ 之面積分別為 3，4，5，則 $\triangle ABC$ 之面積為_____。(化成最簡根式)

11. 已知 $A(1, 2, 3)$ ， $B(3, 2, 5)$ ， $C(4, 2, 7)$ 為坐標空間中三點，設 $D(x, y, 0)$ 為 xy 平面上一點，且滿足 $y = -x^2$ ，求四面體 $ABCD$ 體積之最小值為_____。(化成最簡分數)