

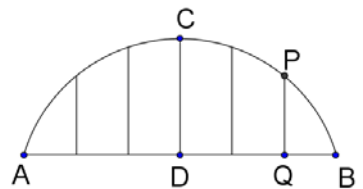
101 年度第一學期第二次定期考高二數學試題

一、填充題(第一部分)【有 6 格，每格 6 分，共 36 分】

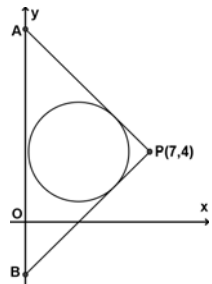
1. 若 xy 平面上 $A(2,3)$ 、 $B(6,k)$ 、 $C(4,6)$ 三點共線，則 k 之值為_____。
2. 設 xy 平面上有兩點 $P(-4,2)$ 、 $Q(1,-4)$ 。若直線 $y = m(x+3)$ 與線段 \overline{PQ} 不相交，則實數 m 之範圍為_____。
3. 若直線 $L: mx - y + 3 = 0$ 與圓 $C: (x+1)^2 + y^2 = 8$ 交相異兩點，則實數 m 的範圍為_____。
4. 設 xy 平面上有一點 $A(0,4)$ 。若自 A 發出的光線經直線 $L: x - 2y - 2 = 0$ 上一點 P 反射後經過一點 $B(8,8)$ ，則 P 點之坐標為_____。
5. 阿笠博士手邊有 40 元打算購買橘子與香瓜，其中橘子的個數至少要是香瓜的 2 倍，若橘子每個 4 元，香瓜每個 5 元，則所有可能的買法(可都不買)共有_____種。
6. 設 xy 平面上有兩直線 $L_1: (k-3)x - 2y = 2k$ 與 $L_2: 3x + (2k+1)y = -k-2$ 。當 $k = a$ 時， L_1 與 L_2 平行；當 $k = b$ 時， L_1 與 L_2 重合，則數對 (a,b) 為_____。

二、填充題(第二部分)【有 5 格，每格 5 分，共 25 分】

1. 如右圖，有一圓弧拱橋(即弧形 \overline{AB} 為圓的部分圖形)，設置 5 根垂直支柱。若圓拱寬度 \overline{AB} 為 48 公尺，圓拱高度 \overline{CD} 為 18 公尺，且相鄰支柱間距離皆為 8 公尺，則支柱 \overline{PQ} 的長為_____。



2. 若圓 C 過兩點 $(4,1)$ 與 $(0,5)$ 且其圓心在直線 $2x + y = 4$ 上，則圓 C 之方程式為_____。
3. 設 xy 平面上有一點 $P(7,4)$ 與圓 $C: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 8$ 。若在 P 處有一光源將圓 C 投影至 y 軸上(如右圖)，則圓 C 在 y 軸



上之投影長(即 \overline{AB} 之長)為_____。

4. 設 R 代表在 xy 平面上由聯立不等式 $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ x + y \geq 0 \end{cases}$ 所表示的區域。若 $3x - 4y$ 在

R 上的最大值為 M ，最小值為 m ，則 數對 (M, m) 為_____。

5. 設 xy 平面上，有一點 $A(3, 1)$ 且 P 、 Q 兩點分別為直線 $L: y = x$ 與 x 軸(即直線 $y = 0$)上之動點，則 $\triangle APQ$ 周長之最小值為_____。

三、多重選擇題 【有 3 題，每題 9 分，共 27 分。每題至少有一個選項是正確的，每錯一個選項扣 2 分。未作答，則該題得 0 分。】

1. 在 xy 平面上，下列哪些選項是正確的？

(A) 滿足方程式 $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 16 = 0$ 之點 (x, y) 所成圖形為一圓

(B) 滿足方程式 $y = 1 + \sqrt{4 - x^2}$ 之點 (x, y) 所成圖形為一圓

(C) 設兩點 $A(2, 0)$ ， $B(8, 0)$ ，則滿足 $\overline{PA} = 2\overline{PB}$ 之所有 P 點所成圖形為一圓

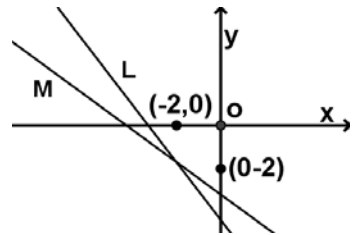
(D) 方程式 $\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = 4$ 之圖形為一圓

(E) 設有三點 $A(2, 0)$ 、 $B(-2, 0)$ 、 $C(0, 1)$ ，則包含 $\triangle ABC$ 之圓中，半徑最小的圓方程式為 $x^2 + y^2 + 3y - 4 = 0$ 。

2. 如右圖，平面上兩直線分別為 $L: x - ay + b = 0$ 與 $M: cx - y + d = 0$ ，則下列哪些選項是正確的？

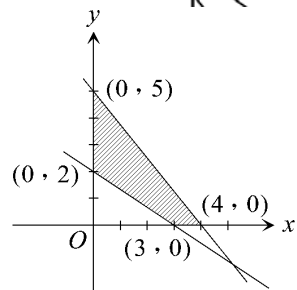
(A) $ad > 0$ (B) $bc > 0$ (C) $ac > 1$

(D) $a + b > 1$ (E) $c - d > 1$ 。



3. 如右圖，斜線部分的區域為 R (含邊界)，下列哪些敘述是對的？

(A) 區域可由不等式組 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 3y \geq 6 \\ 5x + 4y \leq 20 \end{cases}$ 所表示



(B)區域 R 的面積為 8

(C)若 (x, y) 為 R 上的點，則 $\frac{y+2}{x+1}$ 的最大值為 7

(D)若 (x, y) 為 R 上的點，則 $x^2 + y^2$ 的最小值為 4

(E)若 (x, y) 為 R 上的點且 $(3, 0)$ 為目標函數 $kx - y$ 取得最大值的唯一點，則 $-\frac{2}{3} < k < 0$ 。

四、計算證明題【有 1 題，共 12 分，須有計算過程否則不予計分。】

1. 建國環境衛生公司想在 12 月 8 號校慶結束後，清理校園環境：包含 5 間社辦、12 間男廁所與 18 間正誼樓教室。假設雇用的兩位工讀生中，佐助每天可以清理 1 間社辦、3 間男廁所與 3 間正誼樓教室，而鳴人每天可以清理 1 間社辦、2 間男廁所與 6 間正誼樓教室。若佐助每天的工資為 1200 元，而鳴人每天的工資為 1000 元，現在想知道該雇用佐助與鳴人各幾天，才能使花費最少。設雇用佐助 x 天，鳴人 y 天， x 與 y 為整數，試回答下列問題：
- (1) 除了 $x \geq 0$ 與 $y \geq 0$ ，列出 x 與 y 滿足的二元一次聯立不等式組。(3 分)
 - (2) 將雇用佐助與鳴人總花費的目標函數 P 用 x 與 y 表示。(1 分)
 - (3) 在 xy 坐標平面上做(1)的圖形，並用斜線標示可行解區域，且將此區域內的頂點標出。(4 分)
 - (4) 雇用佐助與鳴人各幾天時會有最少花費？最少花費為多少？(4 分)