101 年度第一學期第三次定期考高二數學試題

第壹部分：選擇題(佔 52 分)

一、單選題（佔 **20** 分）說明：第 **1** 至 **4** 題為單一選擇題，每題答對得 **5** 分，答錯不倒扣。

1. 已知 $\overrightarrow{AB}=(4,8)$，$\overrightarrow{AC}=(-1,-4)$，求向量$\overrightarrow{BC}$的長度等於下列哪一個選項?

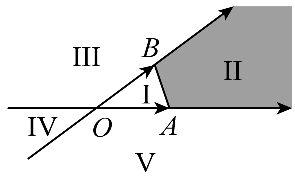
   (1)5 (2) 7 (3) 12 (4) 13 (5) 15

2. 實係數二元一次方程組$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$，試問下列哪一個選項<u>不正確</u>？

   (1) 若$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}\neq 0$, 則方程組必有解 (2) 若$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=0$，則方程組無解

   (3) 若 $c_1=c_2=0$, 則方程組必有解 (4) 若$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}\neq 0, c_1=c_2=0$，則方程組有唯一解(0 , 0) (5) 若$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=0, c_1=c_2=0$，則方程組必有無限多組解

3. 如下圖，兩直線 OA 與 OB 交於 O 點，試問下列哪一個選項向量的終點Q會落在區域Ⅱ內部(不含邊界)? (1) $\overrightarrow{OQ}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$



   (2) $\overrightarrow{OQ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$ (3) $\overrightarrow{OR}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$ (4) $\overrightarrow{OQ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}$

   (5) $\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OA}$

4. 若$\overline{AB}$是圓 O 上的一條直徑，P 是圓 O 上的一點，且$\overline{AP}=3$, 則$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}$的值等於下列哪一個選項? (1)3 (2)5 (3)9 (4) 12 (5) 27

二、多選題（佔 **32** 分）說明：第 **5** 至 **8** 題，每題至少有一個選項是正確的。每題全部答對得 **8** 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個選項得 **4**

分，錯兩個選項得 2 分，錯三個以上選項不給分。

5. 設 O、P、A、B、C 為一平面上相異點，試問下列哪些選項可以推導出 A、B、C 三點共線的結果？

(1) $\overrightarrow{BA}=3\overrightarrow{CA}$ (2) $\overrightarrow{PA}\quad\overrightarrow{PB}\quad\overrightarrow{PC}=\vec{0}$ (3) $\overrightarrow{OA}=\frac{2}{5}\overrightarrow{OB}\quad\frac{3}{5}\overrightarrow{OC}$

(4) $\overrightarrow{PA}=3\overrightarrow{PB}\quad 2\overrightarrow{PC}$ (5) $\overrightarrow{CA}\quad\overrightarrow{CB}\quad\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{BP}$

6. 若 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=2$ ，則下列哪些選項是正確的?

(1) $\begin{vmatrix} 4a & 4b \\ 4c & 4d \end{vmatrix}=4\times\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=8$ (2) $\begin{vmatrix} 5a-7b & 3b \\ 5c-7d & 3d \end{vmatrix}=30$

(3) $\begin{vmatrix} a-2b & b+5a \\ c-2d & d+5c \end{vmatrix}=22$ (4) $\begin{vmatrix} a+1 & b+2 \\ c+3 & d+4 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}=2+(-2)=0$

(5) $\begin{vmatrix} 2010 & 2012 \\ 2013 & 2015 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 3a & 3c \\ b & d \end{vmatrix}=0$

7.若平面上兩直線 L_1 與 L_2，L_1 參數方程式為 $\begin{cases} x=2+3t \\ y=-4t \end{cases},t\in R$ 且 L_2 參數方程式為 $\begin{cases} x=1-4t \\ y=-1+3t \end{cases},t\in R$。則下列哪些選項是正確的？

(1) 直線 L_1 的一般式為 $4x+3y+11=0$

(2) 直線 L_2 的一般式為 $3x+4y+1=0$

(3) 直線 L_1 和直線 L_2 的交點為 $(5,-2)$

(4) 若直線 L_1 和直線 L_2 的交角為 θ，則 $\sin\theta=\frac{7}{25}$

(5) 直線 L_1 和直線 L_2 所夾銳夾角的交角平分線方程式為 $x+y=1$

8.不共線三點 A,B,C，若 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，且 $|\overrightarrow{OA}|=3$，$|\overrightarrow{OB}|=5$，$|\overrightarrow{OC}|=7$。

則下列哪些選項是正確的？

(1) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-\dfrac{15}{2}$ (2) $\angle AOB=60^{0}$ (3) ΔABC的面積為$45\sqrt{3}$

(4) $|3\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}|=26$ (5) $-2\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}$與$4\overrightarrow{OA}-5\overrightarrow{OB}$所張出之平行四邊形面積為$15\sqrt{3}$

第貳部份 ：填充題 (佔 36 分) 說明：第 **1** 至 **6** 題，每題答對得 **6** 分，答錯不倒扣。

1. 在ΔABC中，若$\overline{AB}=4$，$\overline{BC}=3$，$\overline{CA}=6$，則$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$之值為__(**1**)__。

2. 若$A(-1,5),B(9,10),C(2,9)$，則$\overrightarrow{AB}$在$\overrightarrow{AC}$上之正射影為____**(2)**____。

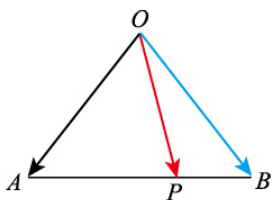
3. 若$\vec{a}=(2,-2)$與$\vec{b}=(1,x)$且$\vec{a}$與$\vec{b}$之夾角為120^{0}，則x值為____**(3)**____。

4. $x,y\in R$，滿足$(x-1)^{2}+(y-2)^{2}=9$，若$4x-3y$之最大值為M與最小值為m，則數對$(M，m)=$____**(4)**____。

5. 若平面上一條斜率為正的直線過點$P(0,1)$，並與二定點 A(4 , 5)、B(8 , 3)等距，則此直線L方程式為____**(5)**____。

6.在以 O 為原點的直角坐標平面上，區域D由不等式組$\begin{cases}4x-y\le 7\\3x-4y+11\ge 0\\x+3y\ge 5\end{cases}$所決定，若$M(x,y)$為$D$上的動點，點$A$的坐標為(4, 3)，則$z=\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{OA}$的最大值為____**(6)**____。

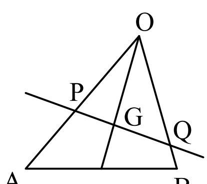
第叁部份 ：計算證明題 (佔 12 分) 每小題答對得 **6** 分



1.設P為$\overline{AB}$上一點，且滿足$\overline{AP}$：$\overline{PB}$ =5：2 如圖所示，

O為平面上任意點，試證明$\overrightarrow{OP}=\dfrac{2}{7}\overrightarrow{OA}+\dfrac{5}{7}\overrightarrow{OB}$。

2. 設ΔOAB的重心G，過G的直線與$\overline{OA}$、$\overline{OB}$交於P,Q點



如圖所示，若$\overline{OP} = h\overline{OA}$，$\overline{OQ} = k\overline{OB}$，

且$\dfrac{\Delta OPQ\text{面積}}{\Delta OAB\text{面積}} = \dfrac{9}{20}$，試求$h+k$之值。