

101 學年度第一學期第一次定期考高二數學試題

壹、填充題：(每一格 6 分，共 84 分)(答案請填在後面答案欄)

- $\sin^2 30^\circ + \tan^2 60^\circ + \cos^2 45^\circ$ 之值為 (1)。
- $(-3k, 4k)$ 為 θ 終邊上之一點，其中 $k \neq 0$ ，則 $\frac{5 \sin \theta + 4 \cos \theta}{2 \sin \theta - 3 \cos \theta}$ 之值為 (2)。
- $A [2, 21^\circ]$ ， $B [3, 81^\circ]$ 為極坐標平面上之兩點，試求下列之值。
 - $\overline{AB} =$ (3)。
 - $\triangle OAB$ 面積 = (4)。
- 已知 $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ ， $\sin \beta = \frac{5}{13}$ 且 $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ ， $90^\circ < \beta < 180^\circ$ ，則 $\cos(\alpha - \beta) =$ (5)， $\sin(\alpha + \beta) =$ (6)。
- 設 $\cos 84^\circ 20' \approx 0.0987$ ， $\cos 84^\circ 30' \approx 0.0958$ ，試求 $\cos 264^\circ 28'$ 之值至小數點以下第 4 位。(7)
- 已知 $(2 \sin \theta - 1)(\sqrt{2} \cos \theta + 1) > 0$ ， $0 \leq \theta < 360^\circ$ ，則 θ 之範圍 (8)。
- 已知四邊形 $ABCD$ 內接於一圓，若 $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CD} = 4$ ，則 $\overline{AD} =$ (9)。
- 從地面上共線之三點 A ， B ， C 觀看空中一氣球(但 A 、 B 、 C 三點與氣球在地面的投影點不在同一直線上，且 B 點在 A 、 C 中間)，其仰角依序為 60° ， 45° ， 30° ，若 $\overline{AB} = 40$ 公尺、 $\overline{BC} = 60$ 公尺，則氣球之高度為 (10) 公尺。
- 設 $\triangle ABC$ 的三邊長為 a 、 b 、 c ，且 a 、 b 、 c 為方程式 $x^3 - 14x^2 + 62x - 88 = 0$ 的三根，則 $\triangle ABC$ 的面積為 (11)。
- $\sin \alpha$ ， $\cos \alpha$ 為方程式 $x^2 - kx + 2k = 0$ 之二根，試求下列之值。
 - $k =$ (12)。
 - $\cos^2 \frac{\alpha}{2} (\cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2})^2 + \sin^2 \frac{\alpha}{2} (\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2})^2 =$ (13)。

11. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 2$ 、 $\overline{BC} = 3$ 且 $\angle A = 2\angle C$ ，則 $\overline{AC} =$ 之值(14)。
(化成最簡分數)

貳、計算題：(本大題 16 分)

1. 設 θ 為銳角，若 $\sin\theta + \sin^2\theta = 1$ ，試求下列各式之值。

(1) $\sin\theta$ ；

(2) $\cos^2\theta + \cos^4\theta$ ；

(3) $\sin\theta + \cos^2\theta + \cos^4\theta + \cos^6\theta + \cos^8\theta$ 。(每一小題 3 分，共 9 分)

2. C 、 D 為線段 \overline{AB} 三等分點，以 \overline{CD} 為直徑畫圓，

在圓周上任取一點 P ，設 $\angle APC = \theta_1$ ， $\angle BPD = \theta_2$ ，

且 $\theta_1 < \theta_2$ 。試求 $\tan\theta_1 \cdot \tan\theta_2$ 之值。(本大題 7 分)

