

101 學年度第一學期第一次定期考高三自然組數學試題

一、單選題 (占 30 分) (共 5 小題, 每小題 6 分)

1. 設 A 、 B 、 C 三事件互相獨立, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B|A) = \frac{2}{3}$, $P(B \cap C) = \frac{1}{2}$, 則 $P((A \cup B) \cap C) =$ (1) $\frac{1}{9}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{7}{12}$ (5) $\frac{11}{18}$
2. 箱中有 2 個紅球、3 個白球。每次從箱中任取一球, 隨即放回, 共取 6 次, 於第 6 次恰取到第 3 次紅球的機率為 $\frac{k}{5^5}$, 得 $k =$ (1) 432 (2) 608 (3) 691 (4) 864 (5) 1152
3. 某保險公司針對 65 歲的老年人推出一年期壽險, 保險額是 1000 萬元, 保費是 1600 元, 依統計資料顯示, 65 歲的老年人一年內死亡的機率是 0.0001, 求保險公司的期望利潤是 (1) 600 (2) 700 (3) 800 (4) 900 (5) 1000 元。
4. 設 A 袋和 B 袋中各放相同的錢數, 皆有 10 元 3 個, 5 元 2 個, 則自 A 袋中任取 1 個放入 B 袋, 再自 B 袋中任取出 1 個其錢數的期望值 $=$ (1) 7 (2) 8 (3) 9 (4) 10 (5) 11
5. 某次考試有 1000 位學生參加, 成績呈常態分配, 其平均分數為 65 分, 標準差為 5 分。若從這次考試的學生中, 隨機抽出一位學生, 則這位學生成績低於 60 分的機率最接近以下哪一選項? (1) 0.03 (2) 0.16 (3) 0.25 (4) 0.32 (5) 0.5

二、多選題(占 32 分) (共 4 小題, 每題至少有一個選項正確, 所有選項均答對得 8 分; 答錯 1 個選項得 5 分; 答錯 2 個選項得 2 分; 答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答以零分計算。)

1. 投擲一顆四面分別標示 1, 2, 3, 4 的不公正的四面體骰子一次, X 表示出現的點數, 若出現點數 X 的機率為 $\frac{X}{m}$, 則下列何者正確?
(1) $m=10$ (2) $P(X=4) = 0.4$ (3) $E(X) = 3$

(4) $Var(X)=1$ (5) $Var(2X)=4$.

2. 重複擲一枚均勻硬幣 20 次， X 表示出現正面的次數，則下列何者正確？

(1)若前 19 次全得到正面，則最後 1 次得到正面的機率小於得到反面的機率

(2)出現 10 次正面的機率最大

(3) $P(X=10)=\frac{1}{2}$ (4) $E(X)=11$ (5) $Var(X)=5$

3. 投擲一顆六面分別標示 1, 1, 3, 4, 5, 6 的公正骰子 n 次，令 P_n 表示此 n 次點數和為偶數的機率，若 $P_n = aP_{n-1} + b$ ，則下列何者正確？

(1) $P_1 = \frac{1}{2}$ (2) $P_2 = \frac{5}{9}$ (3) $P_3 = \frac{23}{27}$ (4) $a = \frac{1}{3}$ (5) $b = \frac{2}{3}$

4. 某民調機構對政府某議題作訪問，成功訪問了 400 位公民，其中有 80 位表示支持。在 95% 的信心水準下，下列敘述何者正確？

(1)此次訪問，對此議題支持比率為 0.2

(2)在 95% 的信心水準下，此次訪問的抽樣誤差為 4%

(3)在 95% 的信心水準下，此次訪問的信賴區間約為 [0.16, 0.24]

(4)重複作 100 次抽樣，所得到的 100 個信賴區間中，大概有 95 個包含此議題真正支持比率

(5)再次抽樣，並增加訪問人數達原人數四倍，則在 95% 的信心水準下，此議題支持比率 的信賴區間寬度不一定減半

三、填充題（占 28 分）（共 4 格，每格 7 分，共 28 分）

1. 某地發行彩券 50 萬張，每張 200 元，其中有 1 張獎金 3000 萬元，2 張獎金各 500 萬元，50 張獎金各 10 萬元，今某人買 10 張彩券，則在開獎前夕，可期望他會賺或賠多少元？ __ (1) __ 。

2. 某人射擊命中率為 0.6，假設射擊每次互不影響，今連續射擊 n 發，若欲使 n 發中至少射中一發的機率大於 0.9999，則 n 的最小值為 __ (2) __ 。

($\log 2 = 0.3010$)

3. 某球賽約定先勝 4 局者贏，可贏得獎金 1600 元，若甲、乙兩人球技相當，今甲已連勝 2 局，但因故無法繼續比賽，則甲應分配獎金___(3)___元才公平
4. 某工廠要檢測某商品的不良率，若已知該商品抽樣的不良率均不超過 5%，在 95%的信心水準 下，至少需抽驗___(4)___件商品才能使誤差不超過 2%。

四、計算題（占 10 分）

1. 設袋中有大小相同的錢幣，其中金幣 3 個，銀幣 12 個，今從袋中一次取一個，取後不放回，直到所有金幣皆取到時才停止，令 X 表示停止前所取錢幣的次數，則

(1) $P(X=4)=?$ (3 分) (2) $E(X)=?$ (7 分)