

101 學年度第一學期第三次定期考高一數學試題

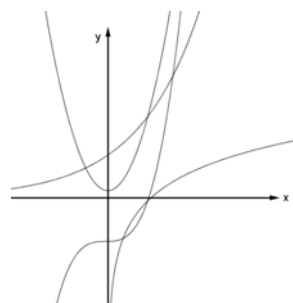
一、單選題：(2 題，共 8 分。每題答對得 4 分，答錯不倒扣。)

1. 設 $a = \log_3 0.7$, $b = \log_{0.7} 3$, $c = \log_{0.7} 3^2$, $d = 0.7^3$, $e = 3^{0.7}$, 則 a, b, c, d, e 五數之大小順序為

- (1) $e > d > c > b > a$ (2) $e > d > a > b > c$ (3) $d > e > a > b > c$
 (4) $d > e > a > c > b$ (5) $d > c > e > b > a$

2. 下列哪一個方程式的部份圖形不可能出現在右圖中？

- (1) $y = 2^x$ (2) $y = \log_3 x$
 (3) $y = \log_{0.5} x$ (4) $y = x^3 - 1$
 (5) $y = 2x^2 - 0.02x + 0.03$



二、多重選擇題：(4 題，共 32 分。每題至少有一個選項是正確的，每題答對給 8 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可得 6 分，錯兩個可得 4 分，錯三個以上者不給分。)

1. 設 $0 < a < 1$, 關於函數 $f(x) = a^x$, $g(x) = \log_a x$, 請問下列哪些敘述是正確的？

- (1) $f(6) \div f(8) = f(101) \div f(103)$
 (2) $g(2) + g(6) = g(8)$
 (3) 若 $f(-2) = 9$, 則 $g(3) = -1$
 (4) 若 $x_1 < x_2$, 則 $f(x_2) < f(x_1)$ 且 $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$
 (5) 若 $x_1 < x_2$, 則 $g(x_2) < g(x_1)$ 且 $g\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) < \frac{g(x_1) + g(x_2)}{2}$

2. 請問下列哪些敘述是正確的？

- (1) 將 $y = \log x$ 的圖形向右平移 3 個單位後，可以得到 $y = \log(x-3)$ 的圖形
 (2) 將 $y = \log x$ 的圖形向上平移 2 個單位後，可以得到 $y = \log 100x$ 的圖形
 (3) $y = \log_5 x$ 之圖形與 $y = \log_{0.2} x$ 之圖形對稱於 x 軸

(4) $y = \log_5 x$ 之圖形與 $y = \log_5 |x|$ 之圖形對稱於 y 軸

(5) $y = \log_a x^2$ 之圖形與 $y = \log_a x$ 之圖形相同

3. 建中人壽推出一年期之 A, B, C 三種儲蓄方案，各個方案於每期期初存款、按月複利，內容如下表所示：

	月利率	
方案 A	0.3%	每一個月為一期，每期期初存入 10000 元，按月複利
方案 B	0.3%	每三個月為一期，每期期初存入 30000 元，按月複利
方案 C	0.3%	僅在年初存入 120000 元，按月複利

不論選擇何種方案皆於一整年中存入 120000 元於銀行中，例如今日某甲於 102 年 1 月選擇 B 方案，則他在接下來的一年中在 1, 4, 7, 10 四個月的月初各存入 30000 元，可於隔年的 1 月初獲得這一年的本利和。其餘依此類推，請問下列哪些敘述是正確的？

(1) 方案 A 於一年到期可得 $10000 \times 1.003 \times \frac{1.003^{12} - 1}{1.003 - 1}$ 元

(2) 方案 B 於一年到期可得

$$30000 \times 1.003^{12} + 30000 \times 1.003^9 + 30000 \times 1.003^6 + 30000 \times 1.003^3 \text{ 元}$$

(3) 方案 C 於一年到期可得 120000×1.003^{12} 元

(4) 選擇方案 A 於一年到期可較方案 B 獲得較多的本利和

(5) 選擇方案 C 可以在期滿後獲得最多的本利和

4. $\log 3 = 0.4771$, $\log 1.7 = 0.2304$ ，若 $a = 17^{2013}$, $b = 216^{671}$ ，請問下列哪些敘述是正確的？

(1) b 為 1566 位數

(2) $a + b$ 的個位數字為 3

(3) ab 為 4043 位數

(4) $a + b$ 之首位數字為 1

(5) $\frac{b}{a}$ 之小數點後第 911 位開始出現不為 0 的數字

三、填充題：(10 格，每格 6 分，共 60 分)

1. 化簡並求值：(1) $(\log_3 5)(\log_{25} 81) + \log_3 \frac{1}{27} =$ **【1】**。
- (2) $10^{\log 2} \times 7^{\log 250} \times 2^{\log 49} =$ **【2】**。
2. 設直線 $x=2$ 與 $x=18$ 分別交曲線 $y = \log_3 x$ 於 A, B 兩點，則線段 \overline{AB} 之長=**【3】**。
3. 已知 $\log m = 0.3365$, $\log n = 0.3385$, $\log x = 0.3370$ ，利用線性內插法求得 m, n, x 之關係式為 $x = am + bn$ ，則數對 $(a, b) =$ **【4】**。
4. 解指數不等式： $(\frac{2}{3})^{-2x+1} \leq (\frac{9}{4})^{-x^2-\frac{3}{2}x+3}$ ，得 x 之範圍為**【5】**。
5. 解對數方程式： $(\log_2 x)(\log_2 4x) - \log_2 x - 6 = 0$ ，得 $x =$ **【6】**。
6. 設 a, b 為實數， $f(x) = a(\log_2 x)^2 + b \log_2 x + 1$ ，若 $x = 2$ 時， $f(x)$ 有最小值 $\frac{1}{2}$ ，則數對 $(a, b) =$ **【7】**。
7. 若 α, β 為方程式 $a^{2|x|} + 7x^2 = 1$ 異於 0 之兩根， $a > 0$ 且 $\alpha - \beta = \frac{1}{2}$ ，則 a 之值 = **【8】**。
8. 設 $10^a = (1 + \frac{1}{2})$, $10^b = (1 + \frac{1}{4})$ ，則 $\log_3 2 =$ **【9】**。(以 a, b 表示)
9. 根據統計，在西元 2012 年整年的期間內，全國大約有 136 億噸的藥品被丟棄，藥師公會希望至少在西元 2017 年年底，將整年內的藥品的丟棄量減為 2012 年丟棄量的 40%。假設在這五年中(西元 2012 年年底到西元 2017 年年底)，每過一年，藥品的丟棄量皆**降低為**前一年的 $r\%$ ，請問 r 之最大值 = **【10】**。(請取至小數點後第一位)。

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390