

五、數列與級數

5-1

【類題練習 1】 (1) 17, 23, 29 (2) -16, -23

【類題練習 2】 (1) 73 (2) 公差 6, 第十項 19
(3) 公差為 -5, 前六項為 2, -3, -8, -13, -18, -23.

【類題練習 3】 首項為 0, 第二十項為 95.

【類題練習 4】 11

【類題練習 5】 5

【家庭作業】 1. ① 14, 18 ② 3, 7

2. 23

3. 公差為 2, 第十一項為 -5.

4. 公差為 -7, 前六項為 4, -3, -10, -17, -24, -31.

5. 57

6. 首項為 6, 公差為 3, 第九項為 30.

7. 17

8. 12

9. 等差數列 2, a_2 , a_3 , 11 的首項為 2.

\therefore 第 4 項為 11 $\therefore d = \frac{11-2}{4-1} = 3 \Rightarrow$ 插入兩個數為 5, 8.

10. \therefore 等差數列 6, a_2 , a_3 , a_4 , a_5 , a_6 , 30 的首項為 6, 第 7 項為 30.

\therefore 公差 $d = \frac{30-6}{7-1} = 4$

11. (1) 設 82 公分是由 x 張白紙黏貼成的.

2 張白紙黏貼成 $2 \times 10 - 1$ 公分,

3 張白紙黏貼成 $3 \times 10 - 2$ 公分,

...

x 張白紙黏貼成 $x \times 10 - (x-1)$ 公分.

$\Rightarrow 10x - (x-1) = 82 \Rightarrow x = 9$

(2) 20 張白紙黏貼成 $20 \times 10 - (20-1) = 181$ 公分

5-2

【類題練習 1】 (1) 2241 (2) -145 (3) 2842

【類題練習 2】 (1) 公差為 $4/3$, 第十項為 16.

(2) 項數為 11, 公差為 7.2.

(3) 10

【類題練習 3】 1080

【類題練習 4】 20100

【家庭作業】 1. 530 2. -610 3. 7455 4. 公差為 7, 第十項 68.

5. 10 6. 15 度 7. 2

$$8. \textcircled{1} 100 \leq 5k + 2 \leq 500, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow 98 \leq 5k \leq 498 \Rightarrow 19\frac{3}{5} \leq k \leq 99\frac{3}{5}$$

$\therefore k = 20, 21, \dots, 99$ 共有 $99 - 20 + 1 = 80$ (個)

$$\textcircled{2} \text{ 總和} = \frac{80 [(5 \times 20 + 2) + (5 \times 99 + 2)]}{2} = 23960$$

9. (1) 每排三角形個數成一等差數列.

$$a_1 = 1, a_2 = 3, d = 2 \Rightarrow a_{11} = 1 + (11 - 1) \times 2 = 21 \text{ (個)}$$

$$(2) \frac{11(1 + 21)}{2} = 121 \text{ (個)}$$

$$10. a_1 = 1, a_7 = 28, \text{ 總和} = \frac{7(4 + 28)}{2} = 112.$$

$$11. \frac{(m + 2)(1 + 49)}{2} = 250 \Rightarrow m = 8$$

$$\begin{aligned} 12. & a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{15} \\ &= (a_1 + a_{15}) + (a_2 + a_{14}) + (a_3 + a_{13}) + \dots + (a_7 + a_9) + a_8 \\ &= 2a_8 + 2a_8 + 2a_8 + \dots + 2a_8 + a_8 \\ &= 15a_8 \\ &= 75 \end{aligned}$$

$$13. 50 \div 2 = 25, 50 \div 3 = 16\frac{2}{3}, 50 \div 6 = 8\frac{2}{6} \Rightarrow 25 + 16 - 8 = 33$$

2 或 3 的倍數共有 33 個,

$$2 \text{ 的倍數和} = \frac{25(2 + 50)}{2} = 650;$$

$$3 \text{ 的倍數和} = \frac{16(3 + 48)}{2} = 408;$$

$$6 \text{ 的倍數和} = \frac{8(6 + 48)}{2} = 216.$$

$$\Rightarrow 650 + 408 - 216 = 842$$

答: (1) 33 個 (2) 842

5-3

【類題練習 1】 (1) 50, 250 (2) 75, -375

- 【類題練習 2】 (1) 162 (2) 4, 8, 16, 32, 64
 (3) 首項為 16, 公比為 $1/2$. (4) 512

【類題練習 3】 160000 張

【類題練習 4】 10, -10

【家庭作業】 1. ① 108, 648 ② $-1/2, 1/8$

2. 64

3. 8, 4, 2, 1, $1/2$

4. 首項為 96, 公比為 $1/2$

5. 768

6. 6, -6

7. 3.75×10^{22}

8. 設 $b = ar$, $c = ar^2$, $d = ar^3$

$$\begin{cases} a + ar = 8 \\ ar^2 + ar^3 = 72 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(1+r) = 8 & \dots \text{①} \\ ar^2(1+r) = 72 & \dots \text{②} \end{cases}$$

② \div ①得 $r^2 = 9$, $r = 3$ (公比為正數), $a = 2$.

\therefore 此四個數為 2, 6, 18, 54.

9. 設 $b = ar$, $c = ar^2$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2ar^2 = ar + d & \dots \text{①} \\ a + d = 7 & \dots \text{②} \\ ar + ar^2 = 6 & \dots \text{③} \end{cases}$$

$$\text{由③ } a = \frac{6}{r+r^2} \dots \text{④}$$

$$\text{代入②得 } d = 7 - \frac{6}{r+r^2} \dots \text{⑤}$$

④、⑤代入①得 $r = 2$

$\Rightarrow a, b, c, d$ 為 1, 2, 4, 6

10. 設三正數為 $a-d, a, a+d$.

$$\Rightarrow a-d + a + a+d = 30$$

$$\Rightarrow a = 10$$

$$(10-d+1)(10+d+29) = (10+5)^2$$

$$\Rightarrow d = 6$$

三正數為 4, 10, 16.

5-4

【類題練習 1】 (1) 155 (2) 5

【類題練習 2】 $87/2$ 公尺

【類題練習 3】 9 天後

【類題練習 4】 212200 元

【類題練習 5】 20503 元

【類題練習 6】 33467 元

【家庭作業】 1. 1705

2. 7

3. 121 個

4. 5

5. 10457 元

$$\begin{aligned} 6. & 9 + 99 + 999 + \cdots + 9999999 \\ &= 10 - 1 + 100 - 1 + \cdots + 10^7 - 1 \\ &= (10 + 100 + \cdots + 10^7) - 7 \\ &= 11111103 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7. & 10000 \times 1.01 + 10000 \times 1.01^2 + 10000 \times 1.01^3 \\ &= 10000 \times 1.01 \times (1 + 1.01 + 1.01^2) \\ &= 10000 \times 1.01 \times \frac{1 - 1.01^3}{1 - 1.01} \\ &\approx 30604 \text{ 元} \end{aligned}$$